

**Übungen zum Modul  
„Lineare Algebra  
für Studierende der Ingenieurwissenschaften“**

**Key Terms.** *Lineare Gleichungssysteme. Verfahren von Gauß. Hesse-Normalform.*

**29.G.** Gegeben seien  $\mathbf{a} = (4, -5, 3) \in \mathbb{R}^3$  und  $\mathbf{b} = (2, 1, -2) \in \mathbb{R}^3$  aus Aufgabe 11.Geo. Zerlegen Sie  $\mathbf{a}$  in der Form  $\mathbf{a} = \mathbf{v} + \mathbf{w}$ , wobei  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  parallel und  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$  senkrecht zu  $\mathbf{b}$  ist. Berechnen Sie  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{w}$  mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems.

**30.K.** Wiederholen Sie 29.G für die beiden Vektoren  $\mathbf{a} = (2, 5, -4)$  und  $\mathbf{b} = (1, -2, -3)$  aus Aufgabe 10.K.

**31.Geo.** Wiederholen Sie 29.G für die beiden Vektoren  $\mathbf{a} = (3, 2, -6)$  und  $\mathbf{b} = (2, -4, 1)$  aus Aufgabe 9.G.

**32.G.** Berechnen Sie alle  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \in \mathbb{R}^6$  mit

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 13 \\ 2 & 4 & 3 & 8 & 4 & 22 \\ 3 & 6 & 4 & 12 & 5 & 31 \\ 4 & 8 & 5 & 16 & 4 & 38 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 38 \\ 52 \\ 58 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

**33.K.** Berechnen Sie alle  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$  mit

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 21 & 3 \\ 4 & 0 & 12 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 18 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 4 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

**34.Geo.** Berechnen Sie alle  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$  mit

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Wenden Sie das Verfahren von Gauß an.

**35.G.** Seien  $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$  mit  $\|\mathbf{n}\| = 1$  und  $d \geq 0$  gegeben. Dann bilden die  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$  mit

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = d \tag{1}$$

eine Ebene  $E \subseteq \mathbb{R}^3$ . Dabei ist  $d$  der Abstand zwischen der Ebene  $E$  und dem Ursprung  $\mathbf{0} = (0, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$ . Der Normaleneinheitsvektor  $\mathbf{n}$  steht senkrecht auf  $E$  und zeigt von  $\mathbf{0}$  in Richtung auf  $E$ . Gleichung (1) ist die *Hesse-Normalform* der Ebene  $E$ .

Seien  $\mathbf{P} = (2, 3, 4)$  und  $\mathbf{Q} = (1, 1, 1)$  Punkte im  $\mathbb{R}^3$ . Sei  $g \subseteq \mathbb{R}^3$  die Gerade durch  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{Q}$ . Die Ebene  $E \subseteq \mathbb{R}^3$  schneide die Gerade  $g$  senkrecht im Punkte  $\mathbf{P}$ . Berechnen Sie die Hesse-Normalform von  $E$  und den Abstand  $d(\mathbf{R}, E)$  zwischen  $\mathbf{R} = (5, 5, 3)$  und  $E$ .

---

**Große Übung:** Aufgaben 29.G, 32.G, 35.G.

**Kleine Übung:** Aufgaben 30.K, 33.K.

**Geoökologie:** Hausaufgaben sind die Aufgaben 31.Geo, 34.Geo. Abgabe der Ausarbeitungen zu Beginn der kleinen Übung am 3.12.02

---