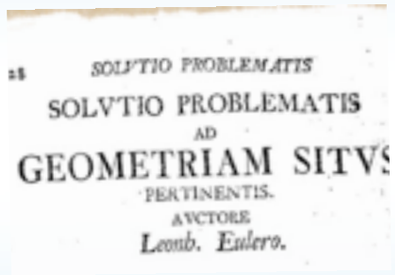
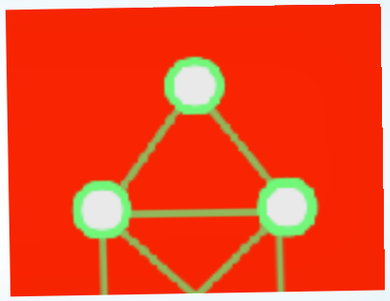


SOLVTIO PROBLEMATIS

SOLVTIO PROBLEMATIS
AD
GEOMETRIAM SITVS
PERTINENTIS.
AVCTORE
Leonh. Eulero.



Kapitel 2.3: Eulerwege

Algorithmen und Datenstrukturen
WS 2017/18

Prof. Dr. Sándor Fekete

Algorithmus 2.7

INPUT: Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten

OUTPUT: Ein Weg in G.

1. Starte in einem Knoten v_0 (ungerade, sonst beliebig);
2. Solange es eine zum gegenwärtigen Knoten v_i inzidente unbenutzte Kante $\{v_i, v_j\}$ gibt:

   2.1. Wähle eine dieser Kanten aus, $e_i = \{v_i, v_j\}$

   2.2. Laufe zum Nachbarknoten v_j

   2.3. Lösche die Kante aus der Liste der unbenutzten Kanten.

   2.4. Setze $v_{i+1} := v_j$

   2.5. Setze $i := i+1$
3. STOP

Algorithmus 2.8

INPUT:	Ein zusammenhängender Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten
OUTPUT:	Ein Eulerweg bzw. eine Eulertour in G

A. Wähle einen Startknoten v (ungerade falls vorhanden);

B. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W von v aus zu bestimmen;

C. Solange es noch unbenutzte Kanten gibt:

   C.1. Wähle einen von W besuchten Knoten w mit positivem Grad im Restgraphen;

   C.2. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W' von w aus zu bestimmen;

   C.3. Verschmelze W und W'

D. STOP

Jetzt wird's genauer!

s.fekete@tu-bs.de

Algorithmus 2.8

INPUT: Ein zusammenhängender Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten

OUTPUT: Ein Eulerweg bzw. eine Eulertour in G

A. Wähle einen Startknoten v (ungerade falls vorhanden);

B. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W von v aus zu bestimmen;

C. Solange es noch unbenutzte Kanten gibt:

   C.1. Wähle einen von W besuchten Knoten w mit positivem Grad im Restgraphen;

   C.2. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W' von w aus zu bestimmen;

   C.3. Verschmelze W und W'

D. STOP

Satz 2.12

(i) Das Verfahren 2.8 ist endlich

(ii) Alle Schritte lassen sich korrekt ausführen.

(iii) Algorithmus 2.8 liefert einen Eulerweg bzw. eine Eulertour.

Beweis:

(i) **Wie gehabt: Es gibt nur endlich viele Kanten, also muss das Verfahren irgendwann stoppen.**

Algorithmus 2.8

INPUT: Ein zusammenhängender Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten

OUTPUT: Ein Eulerweg bzw. eine Eulertour in G

A. Wähle einen Startknoten v (ungerade falls vorhanden);

B. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W von v aus zu bestimmen;

C. Solange es noch unbenutzte Kanten gibt:

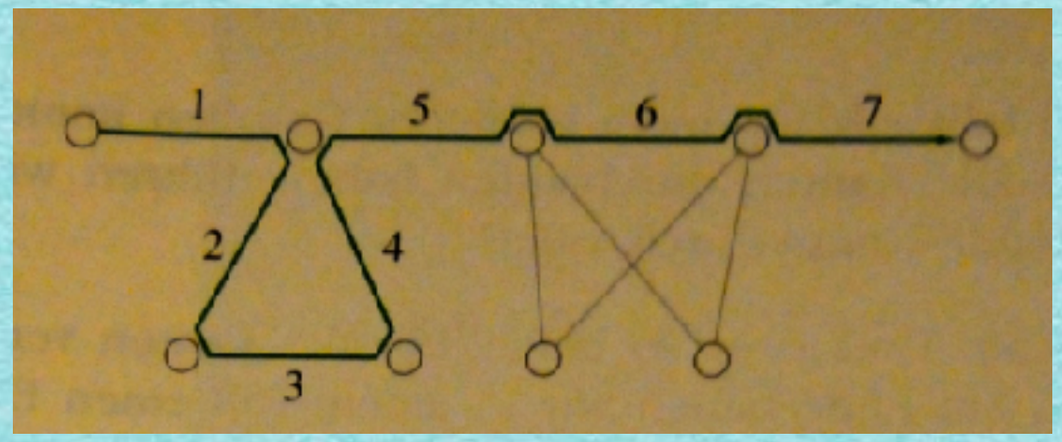
   C.1. Wähle einen von W besuchten Knoten w mit positivem Grad im Restgraphen;

   C.2. Verwende Algorithmus 2.7, um einen Weg W' von w aus zu bestimmen;

   C.3. Verschmelze W und W'

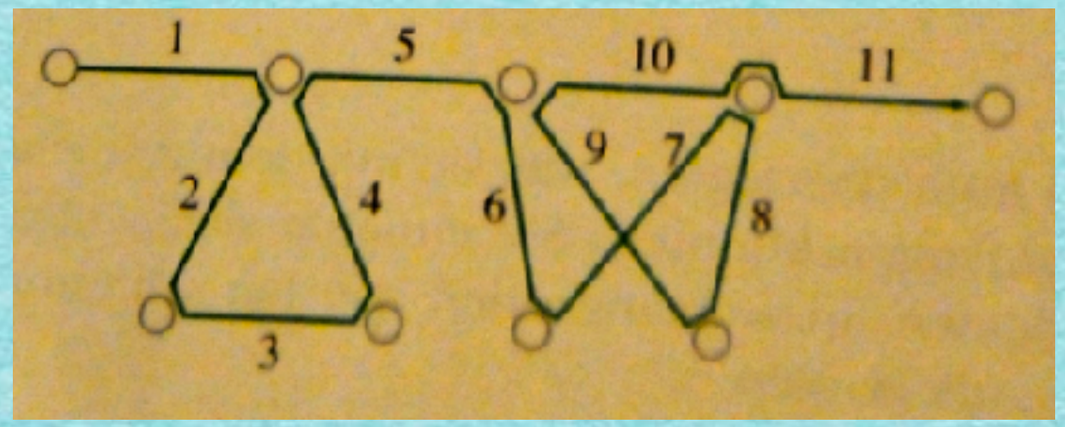
D. STOP

(Beweis Satz 2.12, (ii))



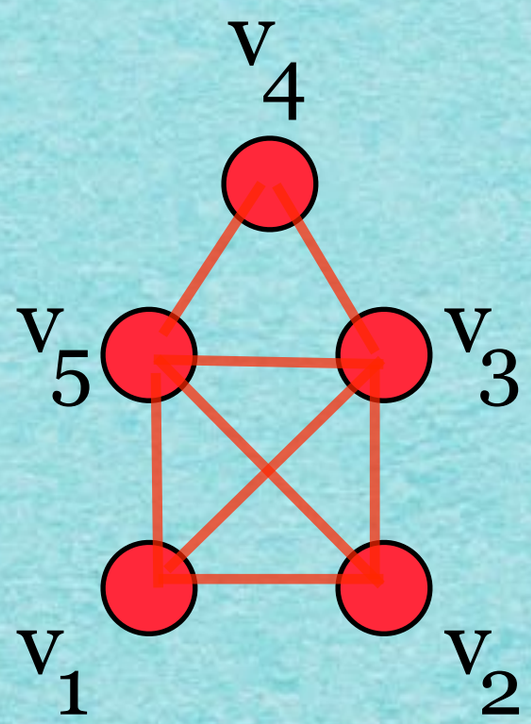
(ii) **Solange es noch unbenutzte Kanten gibt, kann man diese auch von den benutzten Kanten aus besuchen:**
Weil G zusammenhängend ist, muss es einen Knoten geben, der sowohl zu einer benutzten als auch zu einer unbenutzten Kante inzident ist.

(Beweis Satz 2.12, (iii))

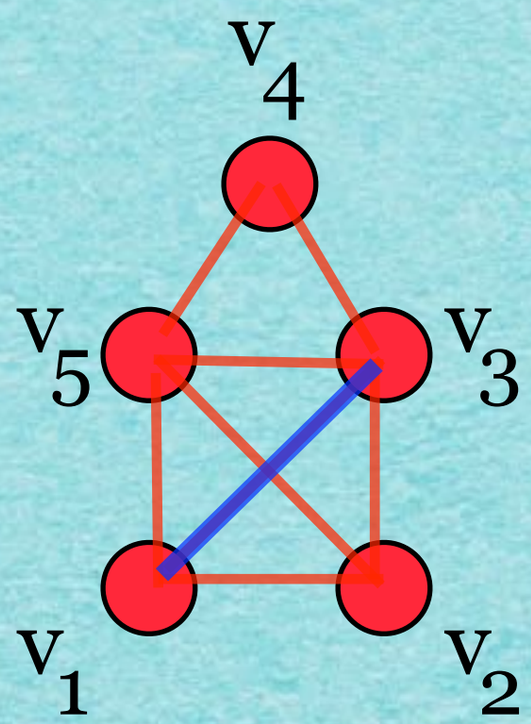


(iii) **Am Ende haben wir einen Weg und es gibt keine unbenutzten Kanten mehr!**

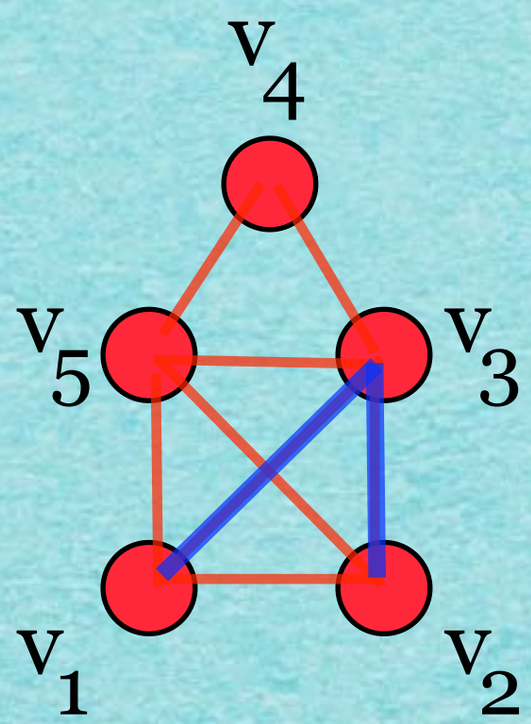
Es geht auch anders!



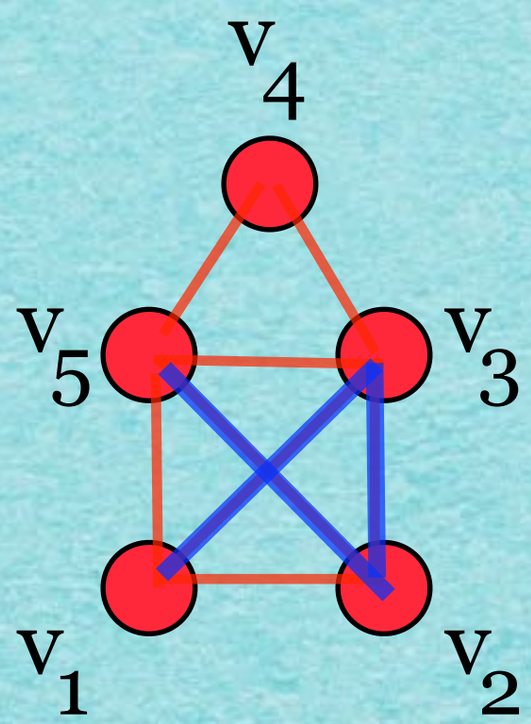
Es geht auch anders!



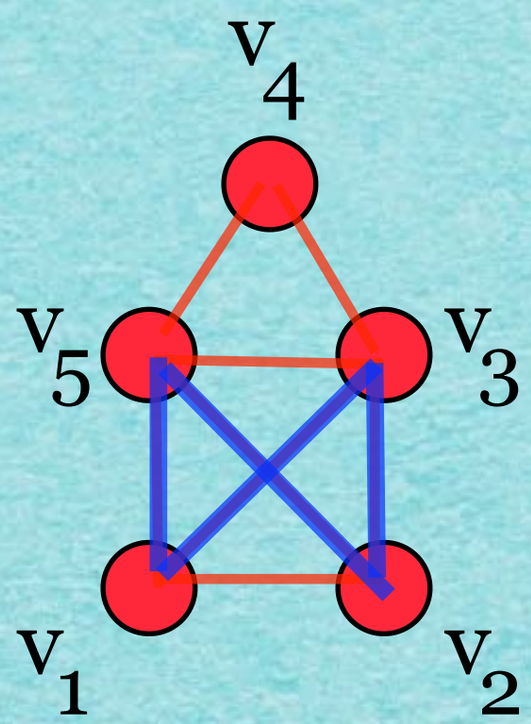
Es geht auch anders!



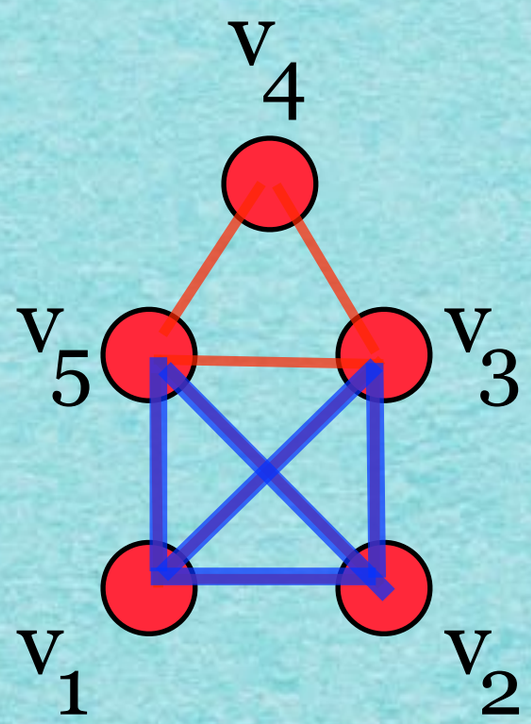
Es geht auch anders!



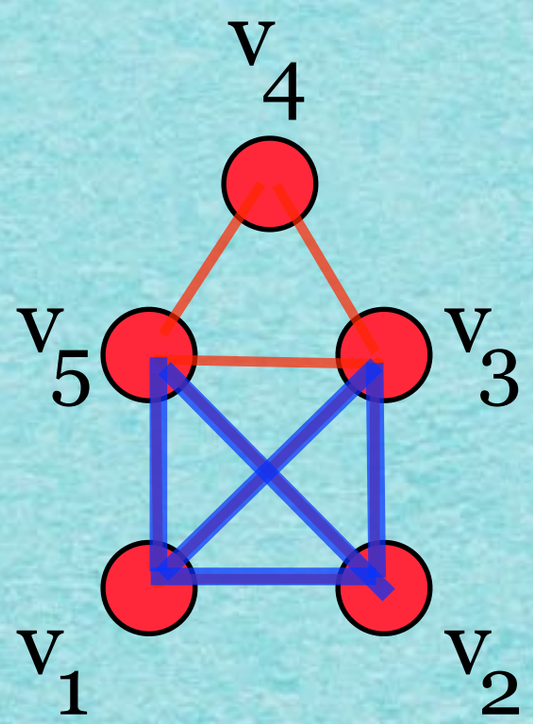
Es geht auch anders!



Es geht auch anders!



Es geht auch anders!



Wir hinterlassen Kanten?!

Algorithmus 2.13 (Fleury)

INPUT: Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten

OUTPUT: Ein Weg in G.

1. Starte in einem Knoten v_0 (ungerade, sonst beliebig);
2. Solange es eine zum gegenwärtigen Knoten v_i inzidente unbenutzte Kante $\{v_i, v_j\}$ gibt:

   2.1. Wähle eine dieser Kanten aus, $e_i = \{v_i, v_j\}$ der den Restgraphen zshgd. lässt

   2.2. Laufe zum Nachbarknoten v_j

   2.3. Lösche die Kante aus der Liste der unbenutzten Knoten.

   2.4. Setze $v_{i+1} := v_j$

   2.5. Setze $i := i+1$

3. STOP

Satz 2.14

(i) Das Verfahren 2.13 ist endlich

(ii) Alle Schritte lassen sich korrekt ausführen.

(iii) Algorithmus 2.13 liefert einen Eulerweg bzw. eine Eulertour.

Beweis:

(i) **Wie gehabt! Es gibt nur endlich viele Kanten, also muss das Verfahren irgendwann stoppen.**

Algorithmus 2.13 (Fleury)

INPUT: Graph G mit höchstens zwei ungeraden Knoten

OUTPUT: Ein Weg in G.

1. Starte in einem Knoten v_0 (ungerade, sonst beliebig);
2. Solange es eine zum gegenwärtigen Knoten v_i inzidente unbenutzte Kante $\{v_i, v_j\}$ gibt:

   2.1. Wähle eine dieser Kanten aus, $e_i = \{v_i, v_j\}$, der den Restgraphen zshgd. lässt

   2.2. Laufe zum Nachbarknoten v_j

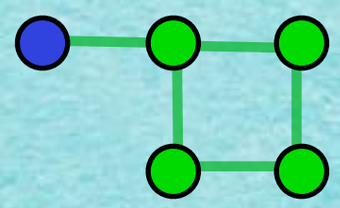
   2.3. Lösche die Kante aus der Liste der unbenutzten Knoten.

   2.4. Setze $v_{i+1} := v_j$

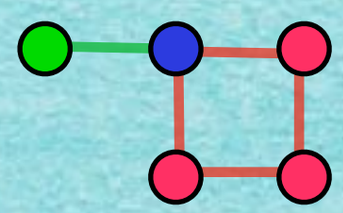
   2.5. Setze $i := i+1$
3. STOP

(Beweis Satz 2.14, (ii))

(ii) **Kritisch ist 2.1. Wenn es nur eine Kante gibt, um den aktuellen Knoten zu verlassen, bleibt der Restgraph nach deren Benutzung zusammenhängend.**



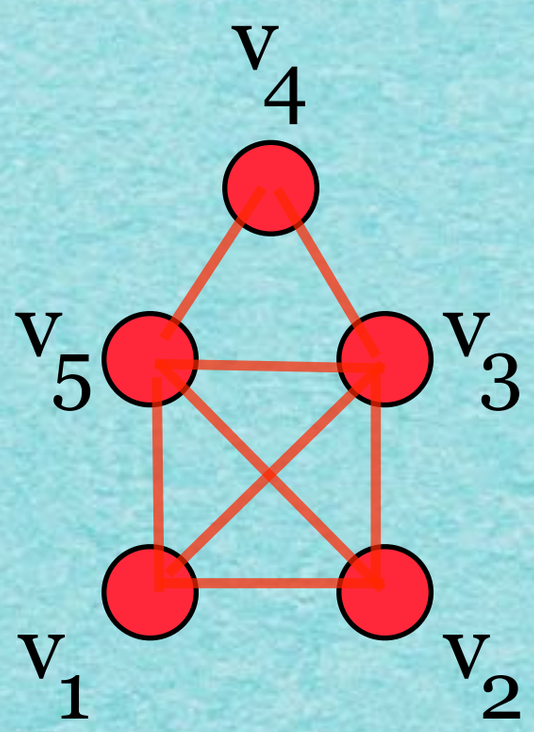
Wenn es mehr als eine Kante gibt, um den aktuellen Knoten zu verlassen, von denen eine bei Entfernen den Graphen unzusammenhängend macht, sind alle anderen Kanten in geschlossenenen Wegen enthalten.



Also wählt man eine der anderen.

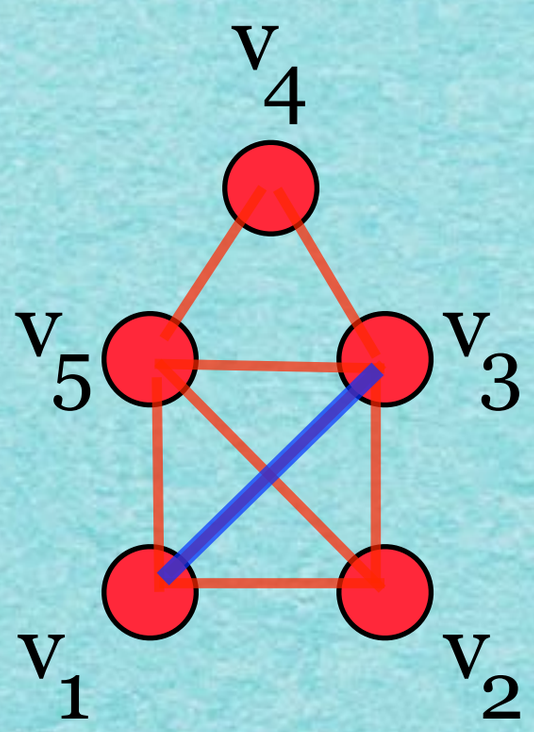
(Beweis Satz 2.14, (iii))

(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



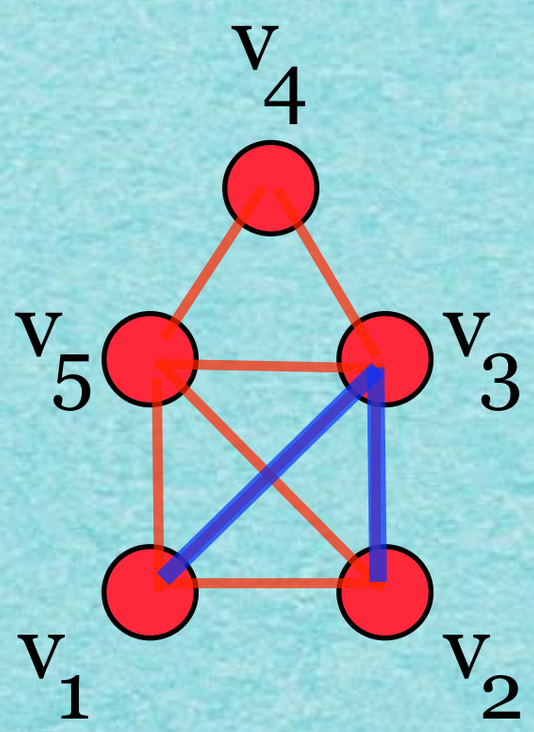
(Beweis Satz 2.14, (iii))

(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



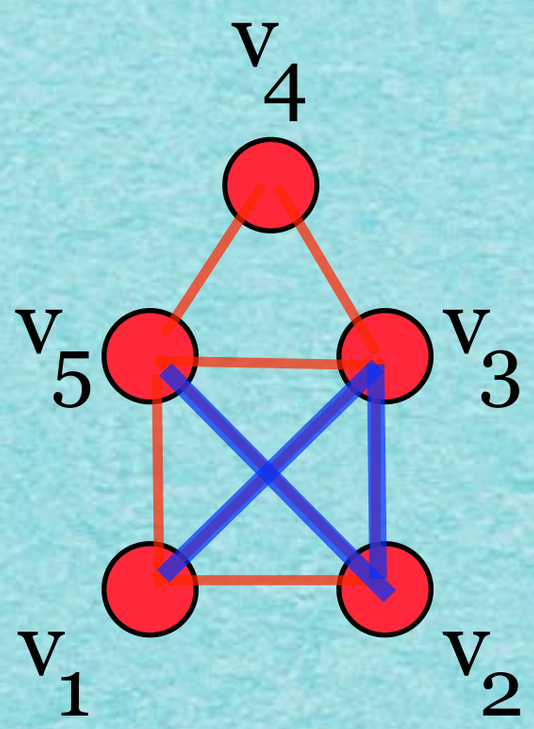
(Beweis Satz 2.14, (iii))

(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



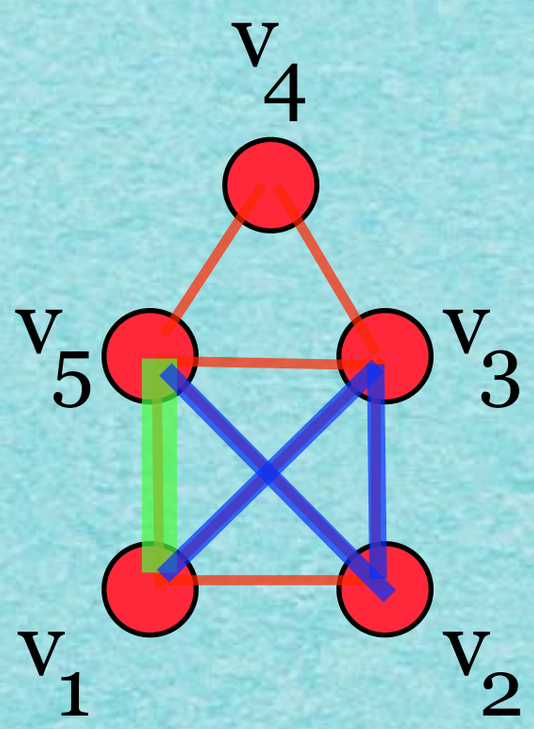
(Beweis Satz 2.14, (iii))

(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



(Beweis Satz 2.14, (iii))

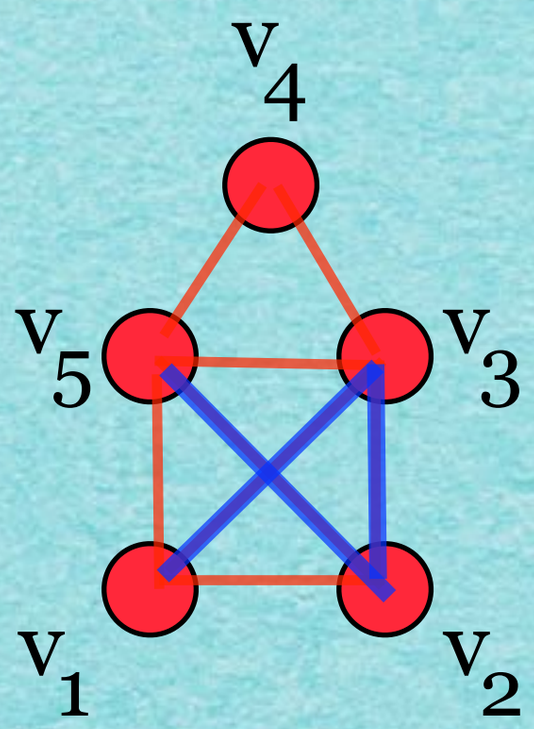
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

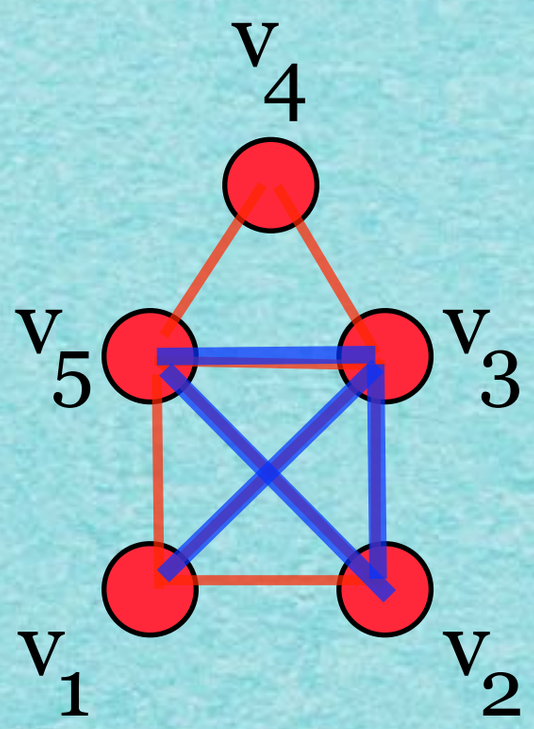
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

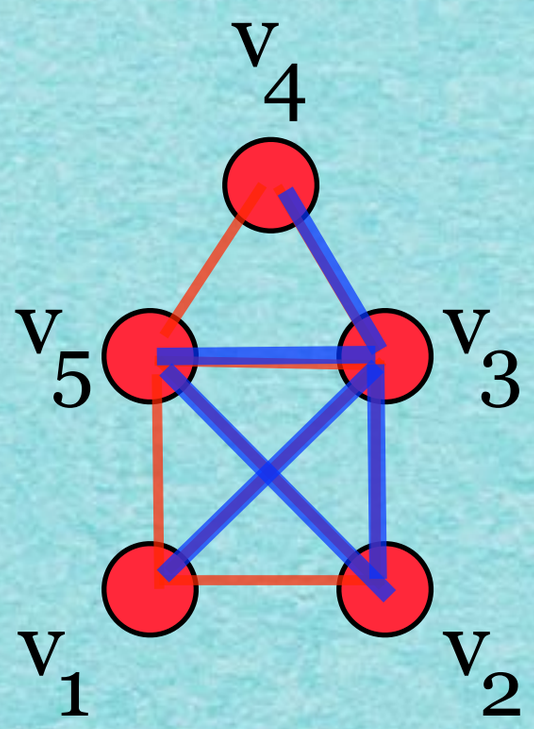
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

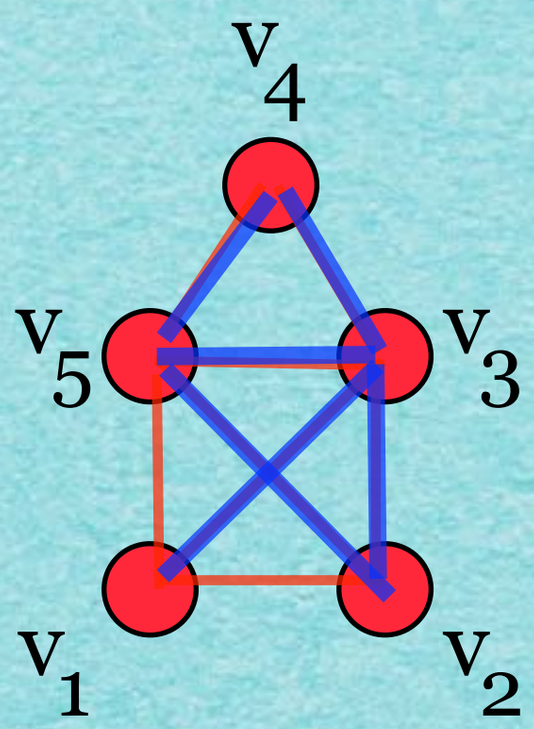
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

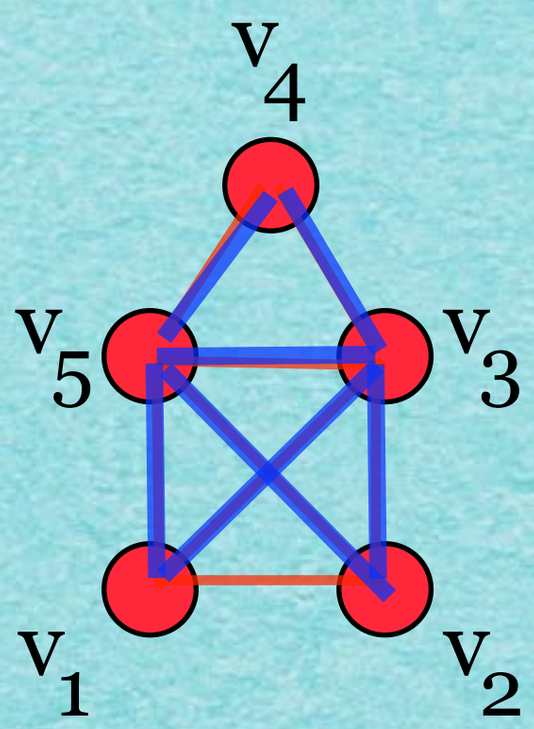
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

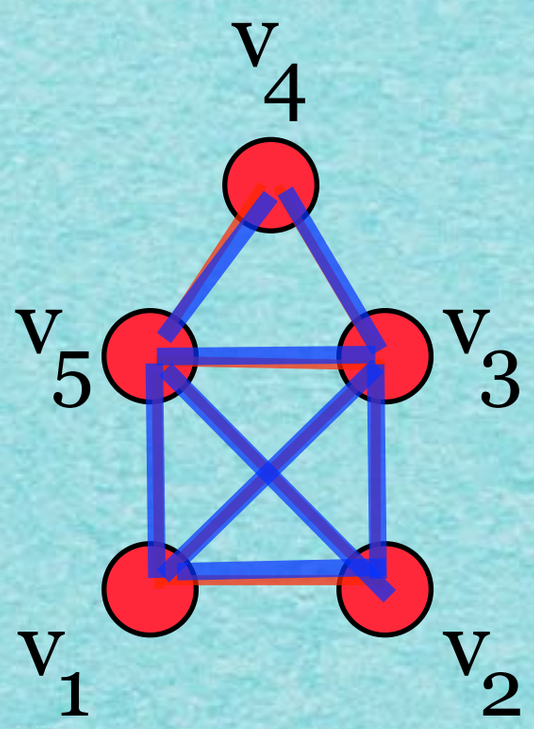
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**



Wir hinterlassen keine Kanten!

(Beweis Satz 2.14, (iii))

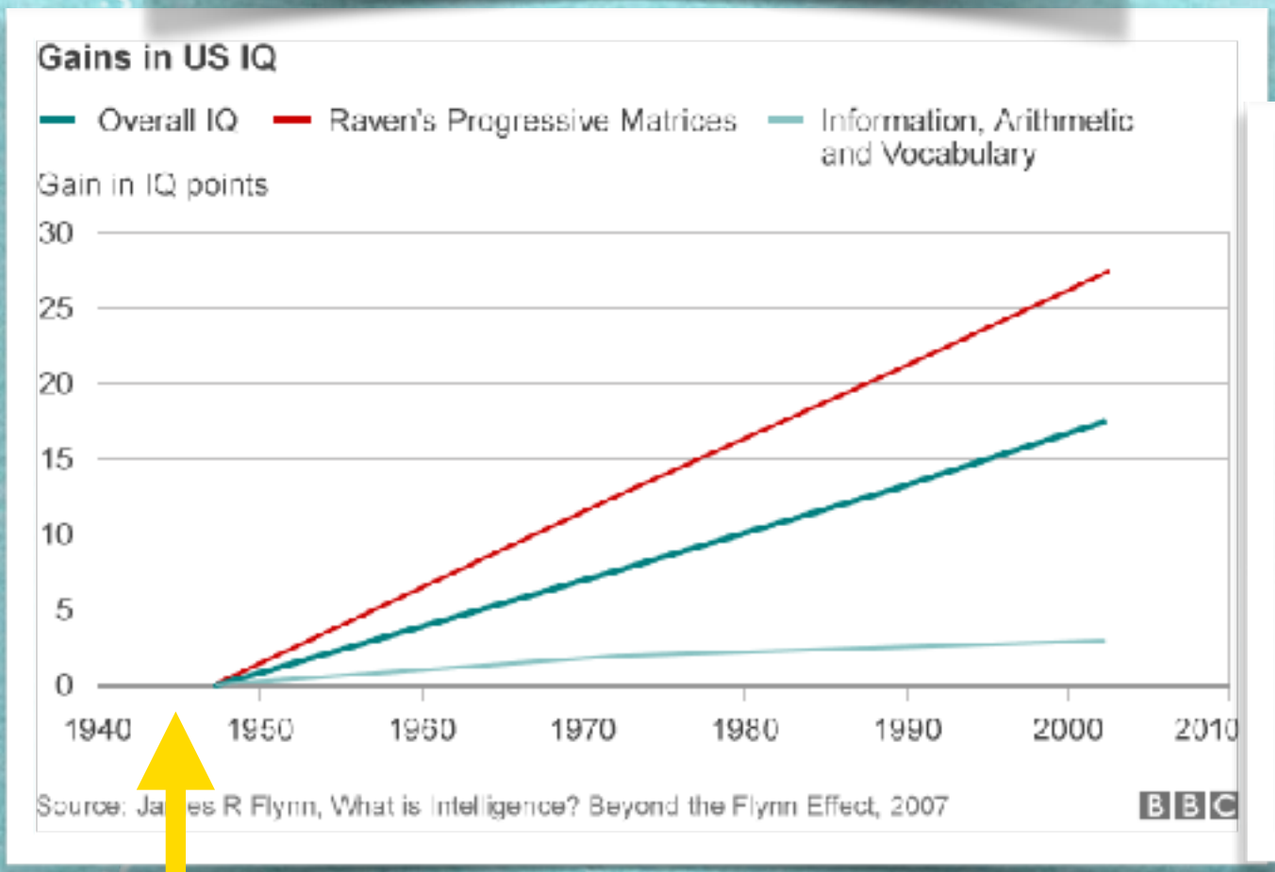
(iii) **Nach Konstruktion bekommen wir einen Weg. Man hat immer einen zusammenhängenden Graphen, kann also keine Kanten zurücklassen.**

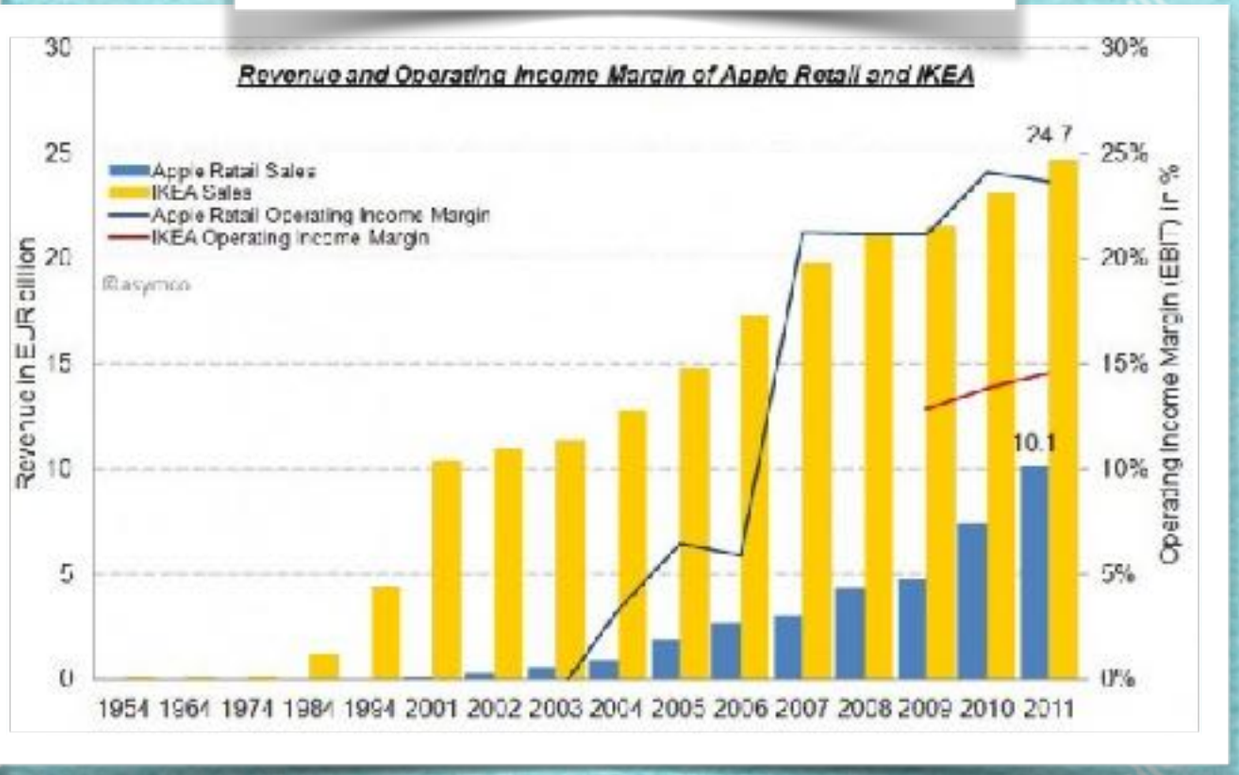


Wir hinterlassen keine Kanten!

Feeling smarter already?!

Intelligenz nimmt zu: „Flynn-Effekt“

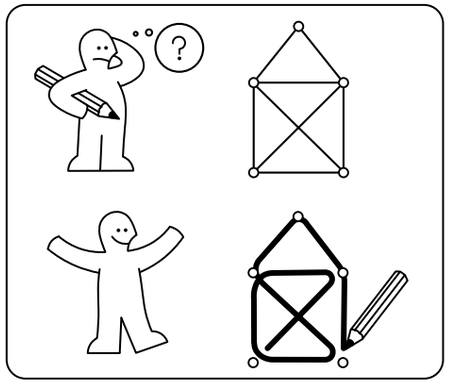


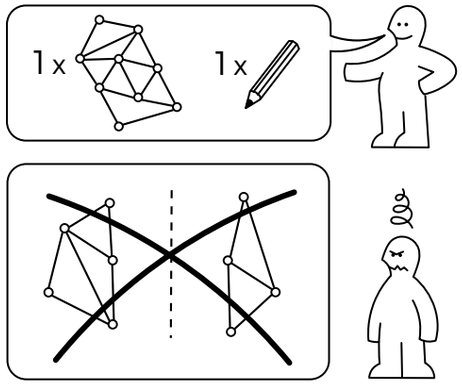


ONE STRÖKE DRÅW

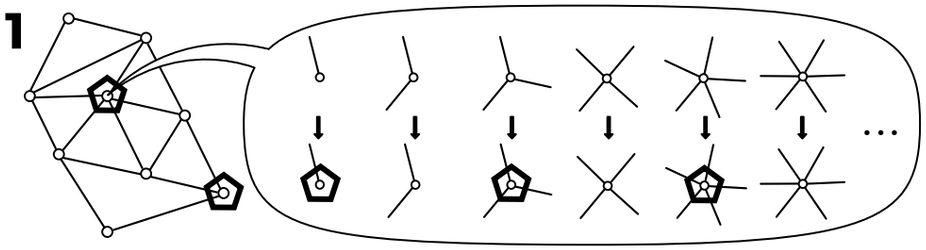
idea-instructions.com/euler-path/
v1.0, CC by-nc-sa 4.0

IDEA

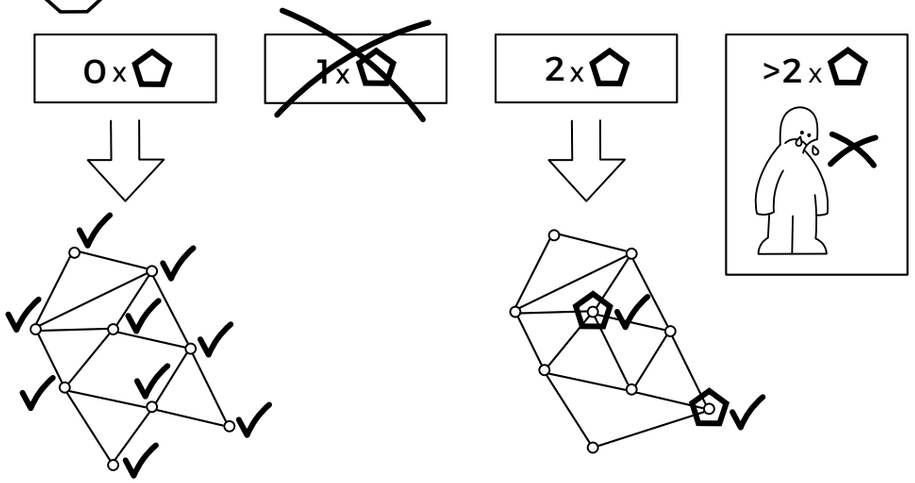




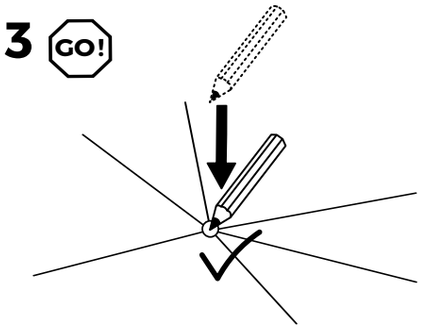
1



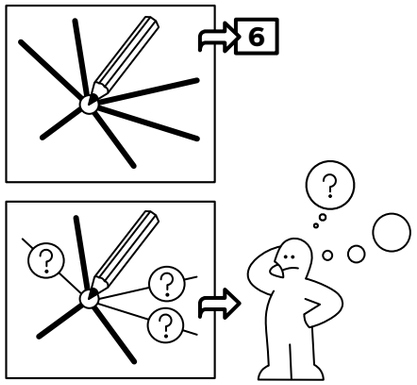
2 GO?



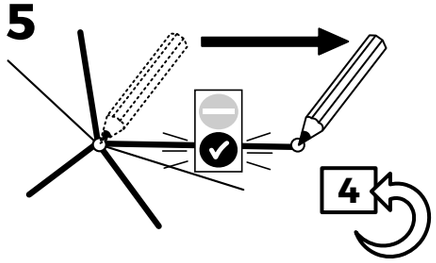
3 GO!



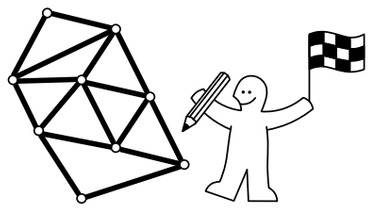
4

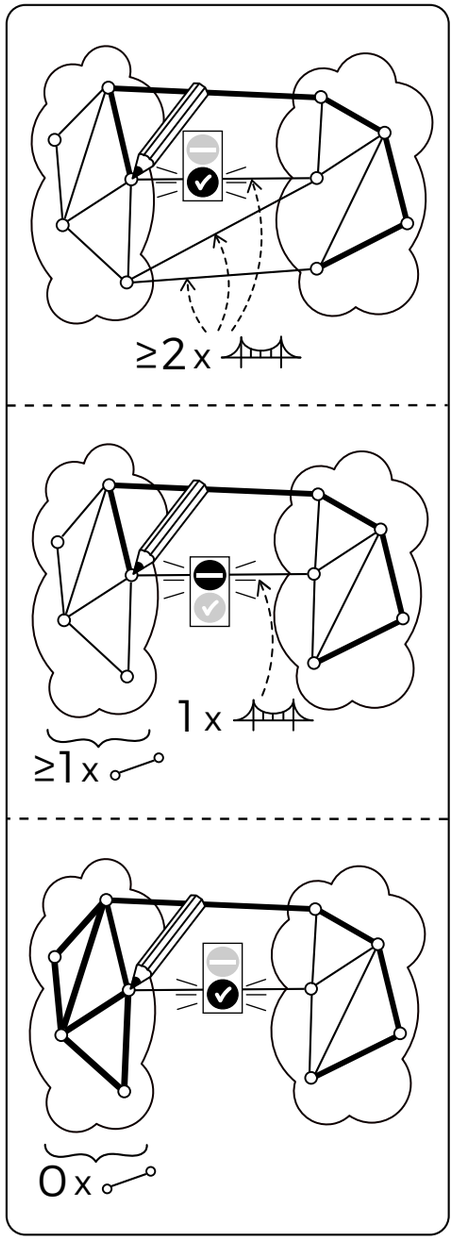


5



6

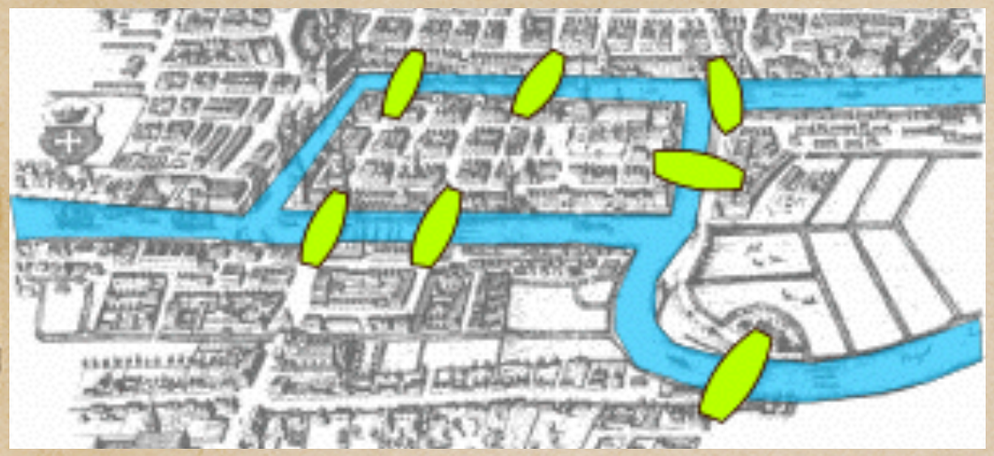


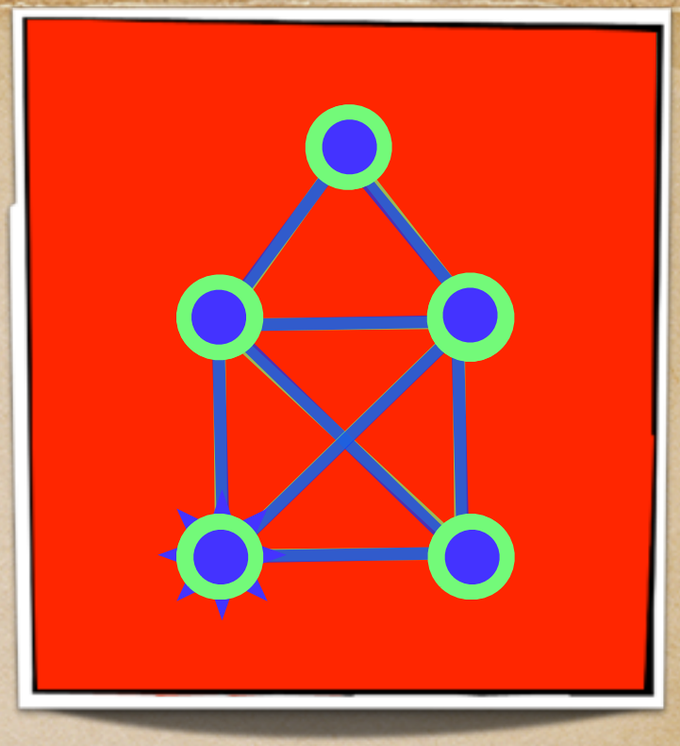


Musik...

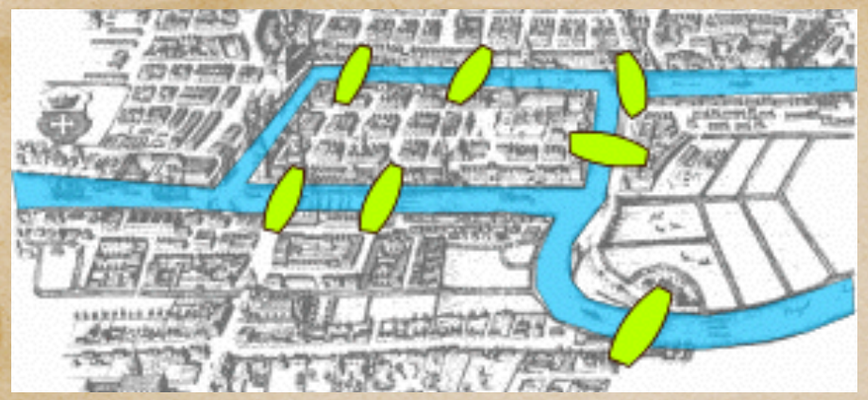
Euler Time!

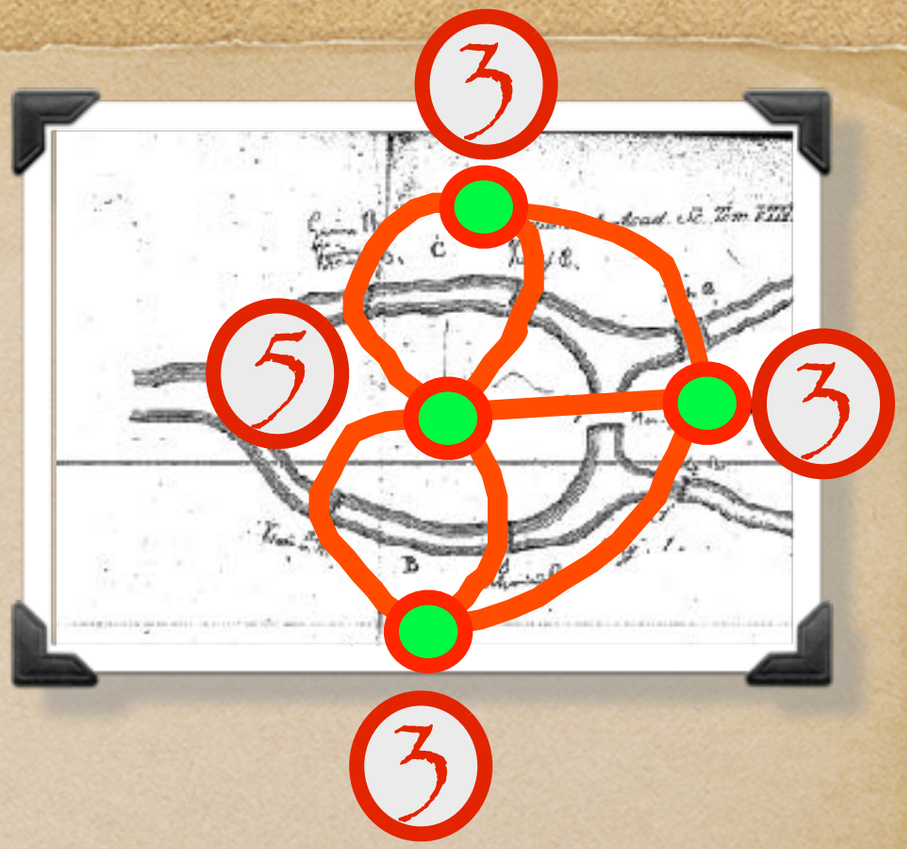
Some citizens of Königsberg
Were walking on the strand
Beside the river Pregel
With its seven bridges spanned





"Oh Euler, come and walk with us!"
Those burghers did beseech
"We'll walk the seven bridges o'er
And pass but once by each."





"It can't be done" then Euler cried.
"Here comes the Q. E. D.
Your islands are but vertices,
And all of odd degree!"

You can't walk this!

PROFS
@TURNTABLES

Eure Professoren legen auf!

16.11.17

Einlass 21:00 Uhr | Beginn 21:30 Uhr | VVK 5€/Karte

>>>>>>>>>>>>> Happy Hour 21-23 Uhr <<<<<<<<<<<<<

SPENDENZIELE
Klinik für Kinder- und Jugendmedizin Braunschweig
Hospiz Stiftung für Braunschweig

VERANSTALTER
Leo Hilfswerk Heinrich der Löwe e.V.

Eine Aktion des **Leo Club Heinrich der Löwe Braunschweig**

Weitere Infos und VVK-Termine unter: **www.profs-at-turntables-bs.de**

BERGMANN
ELEKTRIZITÄT & GAS

WOLTERS Pilsener

PROGRAMM

TU BRAUNSCHWEIG
Beerhues • Dilger • Eng • Fekete • edrich • Heinze • Henke
•Hermann • Hühne • Kaysser-Pyzalla • Kauffeld • Koch • Köster
Krewer • Kunick • Langemann • Müller • Rahm • Robra-Bissantz
Schäfer • Sieder • Siefer • Süllow • Vietor • von der Oelsnitz

OSTFALIA
Küblböck • Heikel • Balan • Genning • Simon • Lüke • Rau
Hartwig • Menzel

HOCHSCHULE FÜR BILDENDE KÜNSTE
Weiß • Oberhäußer

WICHTIG!

Einlass ab 18 Jahren.

Bitte seid früh genug da, wenn ihr euren Prof sehen wollt! Sollte der Club eurer Wahl sehr voll sein, kann der Einlass aus Sicherheitsgründen verwehrt bleiben.

Den detaillierten Programmablauf sowie weitere Infos findet ihr unter www.profs-at-turntables-bs.de

Schwanensee • The Lindbergh Palace • Eulenglück • 42° Fieber • XO

Beginn	XO	Eulen Glück Main Floor	Eulen Glück 2nd Floor	Schwanensee Diskothek	Zweiundvierzig Fieber Nightclub Main Floor	Zweiundvierzig Fieber Nightclub Red Room	The Lindbergh Palace
21:30	Rau	v. d. Oelsnitz	Kauffeld	Müller	Kaysser-Pyzalla	Beerhues	Lüke
22:30	Fekete	Hartwig	Krewer	Vietor	Langemann	Rahm	Menzel
23:30	Sieder	Heikel	Dilger	Schäfer	Hühne	Köster	Genning
00:30	Weiß & Oberhäußer	Robra-Bissantz	Henke	Herrmann	Süllow	Siefer	Koch
01:30	Weiß & Oberhäußer	Balan	Simon	Kunick	Engel	Küblböck	Heinze
02:30	**Weitere Infos unter www.ptofs-at-turntables-bs.de**					Friedrich	

Vielen Dank!

s.fekete@tu-bs.de