

„Na ja, eher wie auf dem Trödelmarkt. Wer weiß schon, ob diese Texte auch gut sind. Und verstehen musst du den Stoff natürlich trotzdem selbst.“

„Ist schon klar. Kannst du mir die Adresse der Seite als E-Mail schicken, damit ich sie zu Hause wiederfinde?“

„Schon geschehen.“

„Halt mal. Woher hast du denn Jans E-Mail-Adresse?“

„Aus deinem E-Mail-Verzeichnis.“

„Du kannst doch nicht einfach mein E-Mail-Verzeichnis durchstöbern! Gleich erzählst du mir noch, dass du meine Nachrichten alle mitliest!“

„Nein, würde ich nie tun. Entschuldige bitte, kommt nicht wieder vor.“

„Schon gut. Kommen wir also wieder zum Thema. Wieso helfen uns diese Knotengrade nun bei der Frage, ob dieser Rundgang über die Königsberger Brücken möglich ist?“

„Zunächst drei Begriffe dazu: Jeden Weg, der ausgehend von einem Startknoten s alle Kanten eines Graphen genau einmal benutzt, nennt man einen *Eulerweg*. Und falls dieser Weg auch wieder in s endet, spricht man von einem *Eulerkreis*. Einen Graphen, der einen Eulerkreis enthält, nennt man *eulersch*.“

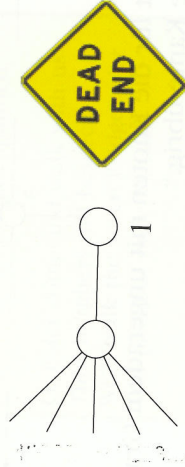
„Eulersch? Das muss ja toll sein, wenn man so berühmt ist, dass der eigene Name als Adjektiv verwendet wird.“

„Wieso? Mein Vater spricht auch immer von der 'ruthschen Unordnung'.“

„Also angenommen, dass wir s verlassen haben und zu irgendeinem Zwischenknoten des Wegs kommen. Dann laufen wir in diesen Knoten auf einer bis dahin unbenutzten Kante hinein und auf einer anderen wieder heraus. Jedes Mal, wenn das geschieht, werden genau 2 der Kanten verbraucht, die diesen Knoten enthalten. Was können wir daraus für unsere Knotengrade folgern?“

„Für Knoten mit Grad kleiner als 2 geht es nicht.“

„Richtig. Einen Knoten mit Wertigkeit 0 können wir nicht durchlaufen, also kann er auch nicht in unserem Weg enthalten sein. Da dieser Knoten vollkommen isoliert ist, ergibt sich durch ihn auch kein Problem für unseren Eulerweg. Ganz im Gegensatz zu einem Knoten mit Grad 1, einer Sackgasse sozusagen.“



„Hinein kommen wir, nur nicht wieder heraus.“

„Genau. Da die eine Kante des Knotens durchlaufen werden muss, der Knoten aber nicht auf einer anderen Kante wieder verlassen werden kann, muss er Start- oder Zielknoten unseres Wegs sein. Einen Eulerkreis können wir mit diesem Knoten überhaupt nicht bilden. Wie sieht es mit Knoten größerer Wertigkeit aus?“

„Einen Knoten mit Grad 2 können wir genau einmal durchlaufen. Ist aber der Grad des Knotens 3, haben wir wieder das Sackgassenproblem. Nachdem wir nämlich einmal durch diesen Knoten durch sind, bleibt eine einzelne Kante übrig.“

„Du hast das Problem schon fast gelöst, Ruth! Da wir jede Kante nur einmal benutzen dürfen, können wir sie nach der Verwendung eliminieren. Bei jedem Besuch eines Knotens, der weder Anfangs- noch Endknoten eines Eulerwegs ist, reduziert sich dessen Grad um 2. Das bedeutet, dass solch ein innerer Knoten des Eulerwegs immer seine ungerade Wertigkeit behält, falls er zu Beginn ungeraden Grads war. War er aber gerader Wertigkeit, bleibt er immer geraden Grads.“