

AuD: große Übung

4.12.2014

Christian Scheffer



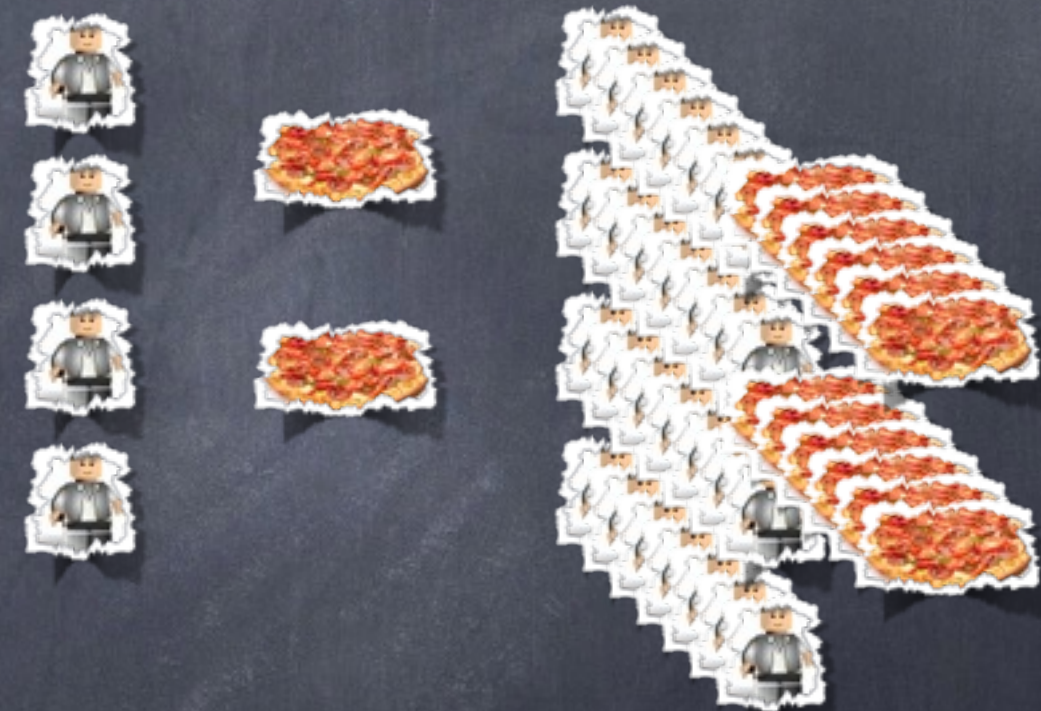
# Analyse von Algorithmen

→ ben. Zeit (Laufzeit)

3 Stunden,  
12 Minuten und  
53 Sekunden

Für welche Eingabe?  
(Komplexität)

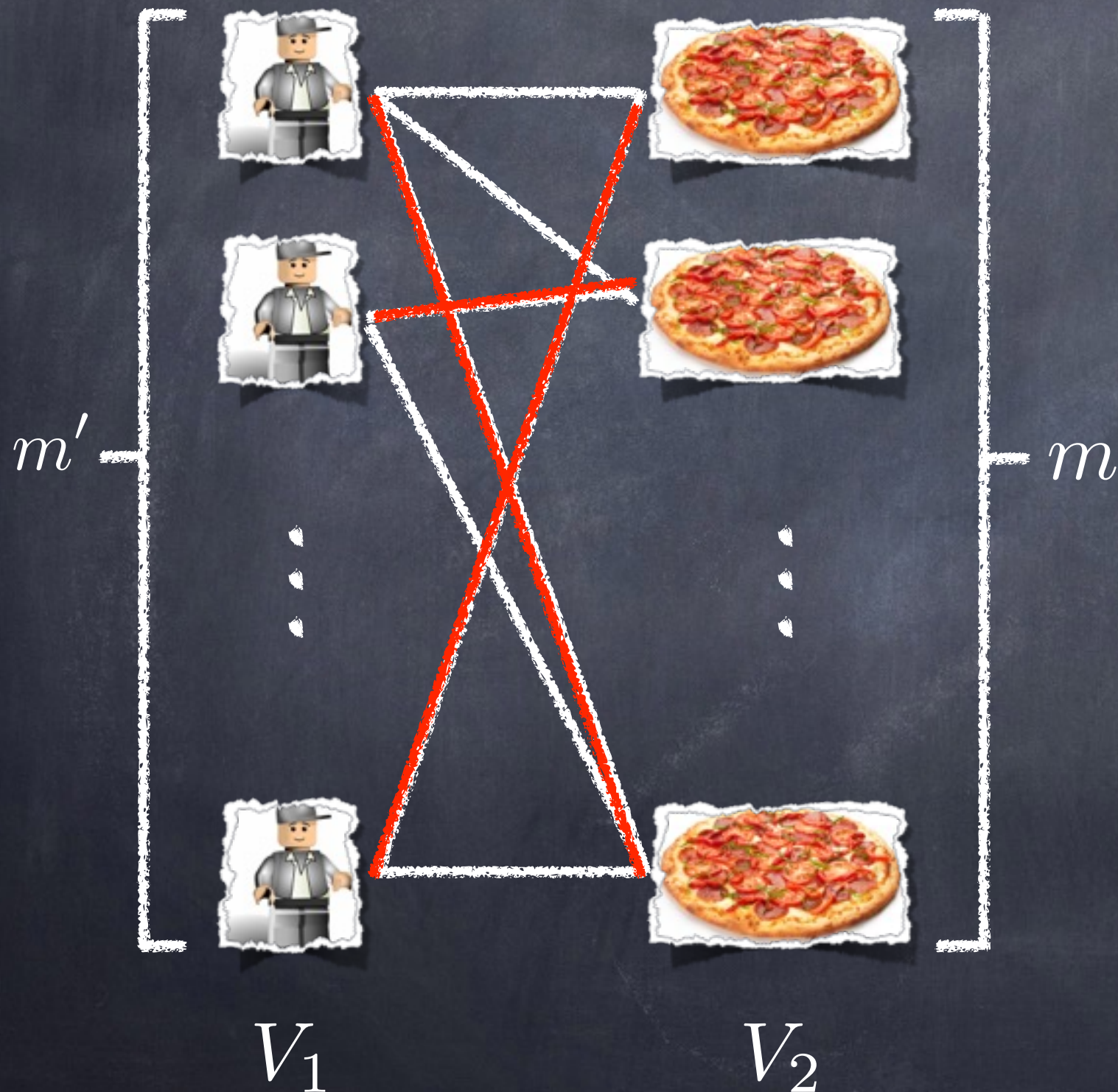
Womit?  
(zeitlos)





# Laufzeitanalyse

Abhängig von Eingabegröße



- $G := (V, E)$
- $V := V_1 \cup V_2$

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

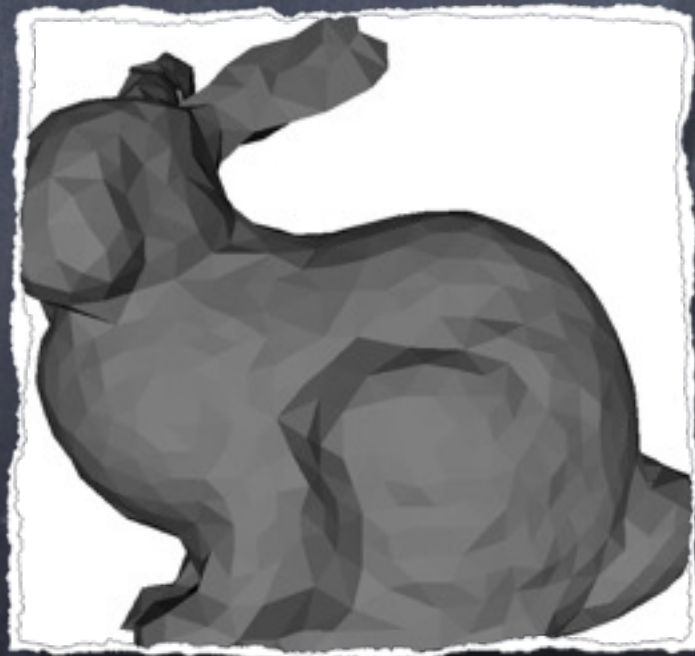
$$n := |E|$$

...



# Laufzeitanalyse

## Abhängig von Eingabegröße



Punktmenge  $P$   
 $n := |P|$  (#Punkte)

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

$$n := |E|$$

...



# Laufzeitanalyse

## Abhängig von Eingabegröße

Banane

| | | | |

Banana

Zeichenketten  $T_1, T_2$

$$n := |T_1| + |T_2|$$

Punkte(wolke)  $P$

$$n := |P| \text{ (#Punkte)}$$

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

$$n := |E|$$

...



# Laufzeitanalyse

## Abhängig von Eingabegröße

### Laufzeit als Funktion

$$T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

Eingabegröße  $n$  pos.

Laufzeit  $T(n)$  pos.

Zeichenketten  $T_1, T_2$

$$n := |T_1| + |T_2|$$

Punkte(wolke)  $P$

$$n := |P| \text{ (\#Punkte)}$$

Graphen

$$n := m' + m + |E|$$

$$n := |E|$$

...



# Laufzeitanalyse

## Zeitlose Aussage

$T_1(n)$ ,  $T_2(n)$  und  $T_3(n)$  sollen ähnlich sein  
was ist ähnlich  $\rightarrow$  asymptotisch  
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich  
es ex. globale (pos.) Konstanten  $c_1, c_2$ ;



$T_2(n)$



$T_1(n)$



$T_3(n)$

Rechenschieber ist maximal  
 $c_1$  mal langsamer als Amiga 500

$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$
$$T_1(n) \leq T_2(n)$$



# Laufzeitanalyse

## Zeitlose Aussage

$T_1(n)$ ,  $T_2(n)$  und  $T_3(n)$  sollen ähnlich sein  
was ist ähnlich  $\rightarrow$  asymptotisch  
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich  
es ex. globale (pos.) Konstanten  $c_1, c_2$ ;



$T_2(n)$



$T_1(n)$



$T_3(n)$

Amiga 500 ist maximal  
 $c_2$  mal langsamer als PC

$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

$$T_1(n) \leq T_2(n)$$

$$T_1(n) \leq c_2 \cdot T_3(n)$$

$$T_3(n) \leq T_1(n)$$



# Laufzeitanalyse

## Zeitlose Aussage

$T_1(n)$ ,  $T_2(n)$  und  $T_3(n)$  sollen ähnlich sein  
was ist ähnlich  $\rightarrow$  asymptotisch  
bis auf sonst. Vorfaktoren gleich  
es ex. globale (pos.) Konstanten  $c_1, c_2$ ;



$T_2(n)$



$T_1(n)$



$T_3(n)$

$$\begin{aligned} T_2(n) &\leq T_3(n) \\ T_3(n) &\leq c_2 \cdot c_1 \cdot T_2(n) \end{aligned}$$

$$T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

$$T_1(n) \leq T_2(n)$$

$$T_1(n) \leq c_2 \cdot T_3(n)$$

$$T_3(n) \leq T_1(n)$$



# Laufzeitanalyse

$$\Rightarrow T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

Rechenzeit ist maximal

$c_1$  mal langsamer als Amiga 500

globale Konstante  $c_1$   $\rightarrow$  unab. von  $n$

für alle interessanten  $n: T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$

$$\rightarrow \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

interessant  $\leftrightarrow$  groß genug

$$\rightarrow \exists c_1, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c_1 \cdot T_1(n)$$

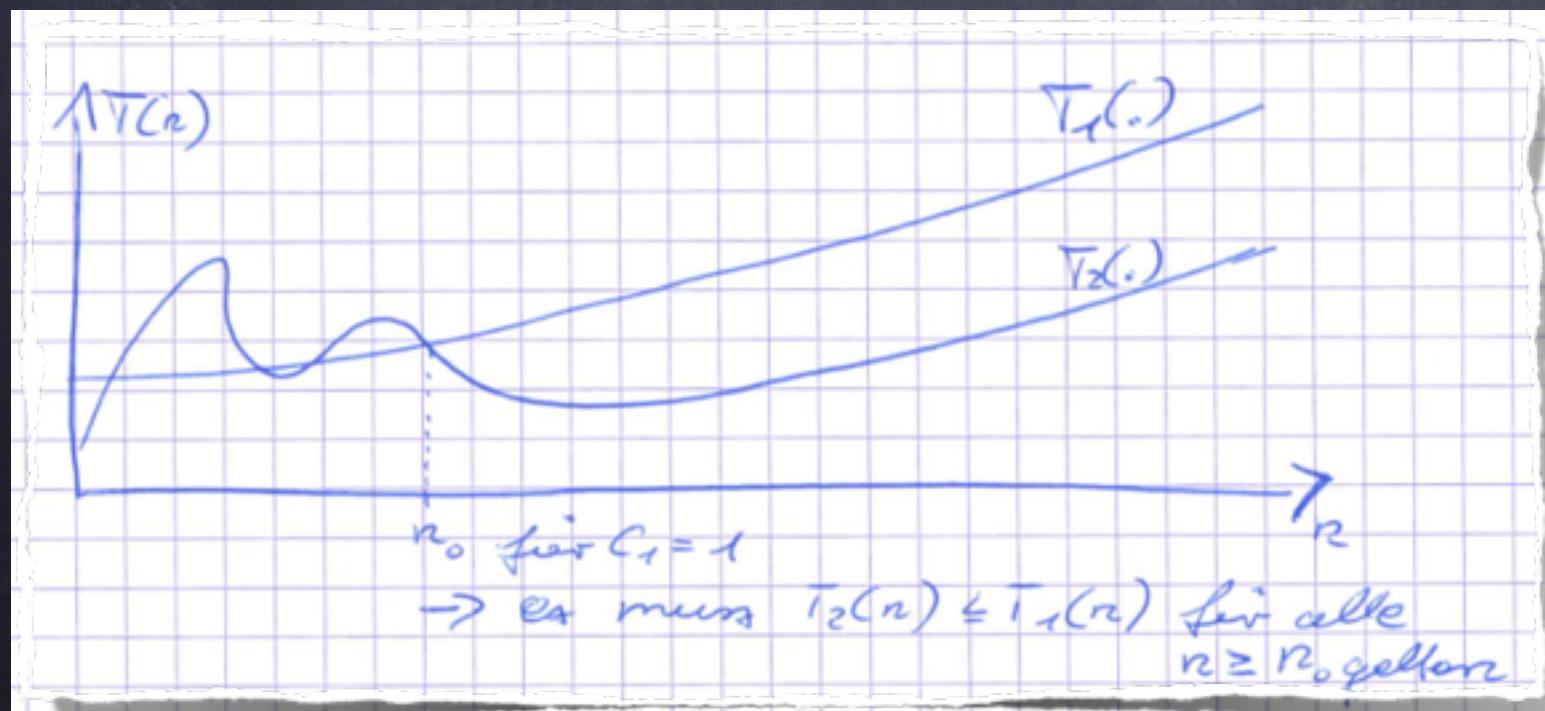
$T_2(.)$  ist maximal so groß wie  $T_1(.)$

vernachlässigbare Konstanten

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$T_1(n)$  ist obere

Schranke für  $T_2(n)$



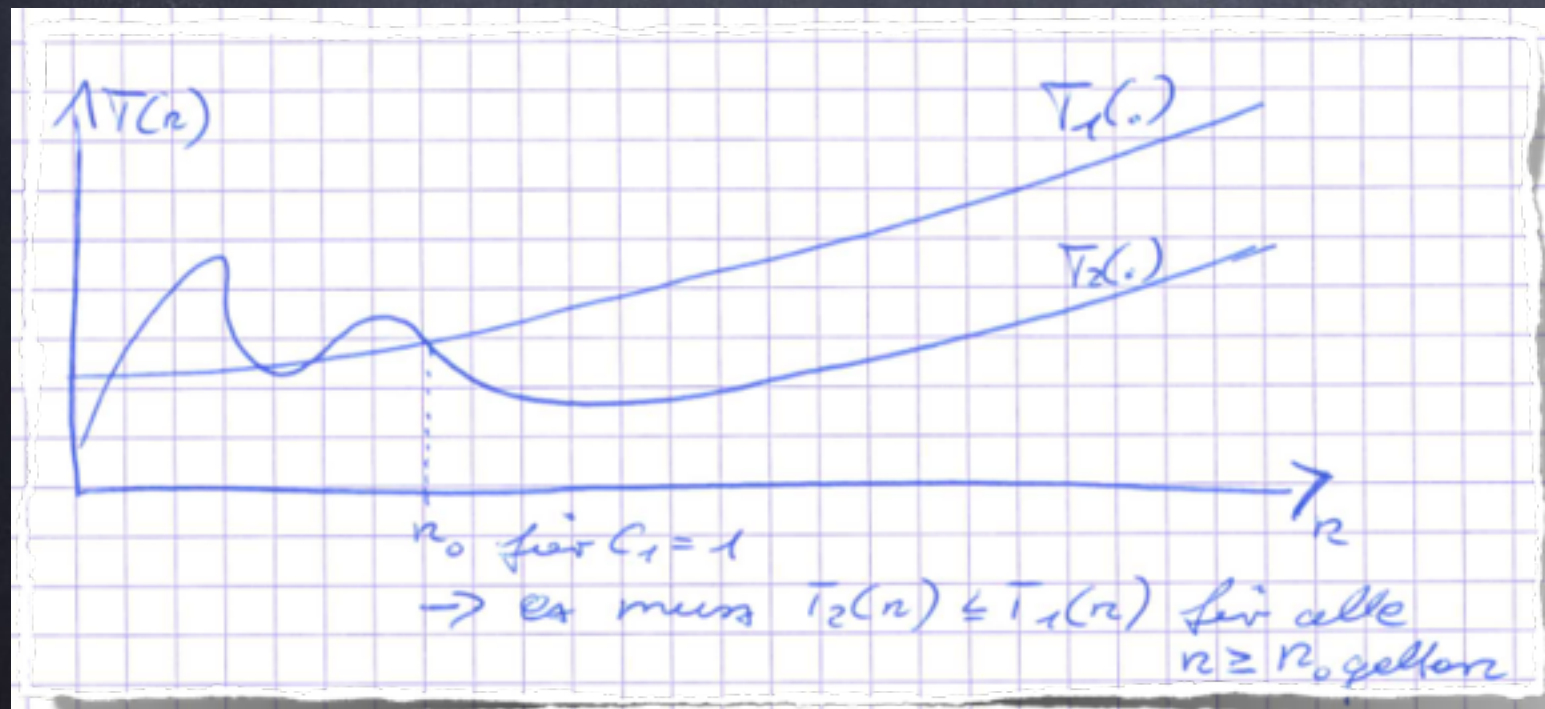


# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen



$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$T_1(n)$  ist obere  
Schranke für  $T_2(n)$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 10$$

$$T_1(1) := 3 \cdot 1^3 + 5 = 8$$

$$T_1(2) := 3 \cdot 2^3 + 5 = 29$$

$$T_1(3) := 3 \cdot 3^3 + 5 = 86$$

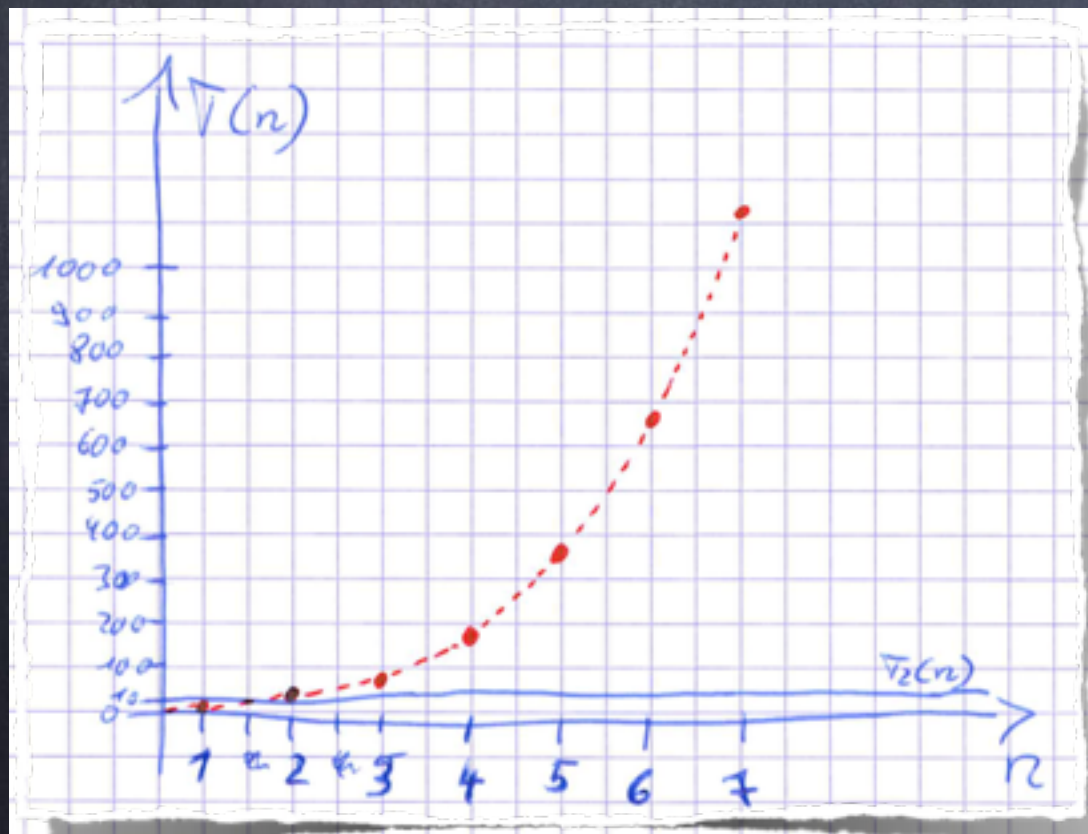
$$T_1(4) := 3 \cdot 4^3 + 5 = 197$$

$$T_1(5) := 3 \cdot 5^3 + 5 = 380$$

$$T_1(6) := 3 \cdot 6^3 + 5 = 653$$

$$T_1(7) := 3 \cdot 7^3 + 5 = 1034$$

...



$$c = 1, n = 2$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := n^2 + 150$$

$$T_2(1) := 151$$

$$T_1(1) = 8$$

$$T_2(2) := 154$$

$$T_1(2) = 29$$

$$T_2(3) := 159$$

$$T_1(3) = 86$$

$$T_2(4) := 164$$

$$T_1(4) = 197$$

$$T_2(5) := 175$$

$$T_1(5) = 380$$

$$T_2(6) := 186$$

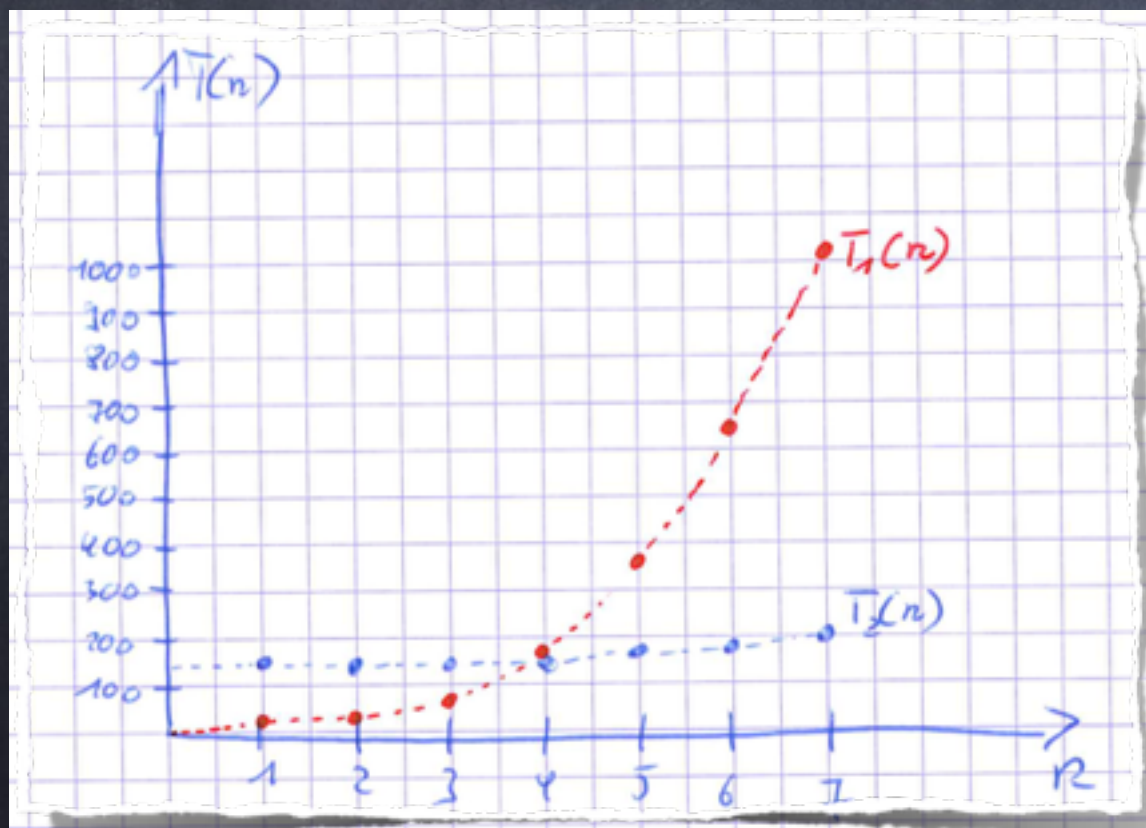
$$T_1(6) = 653$$

$$T_2(7) := 199$$

$$T_1(7) = 1034$$

...

...



$$c = 1, n_0 = 4$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

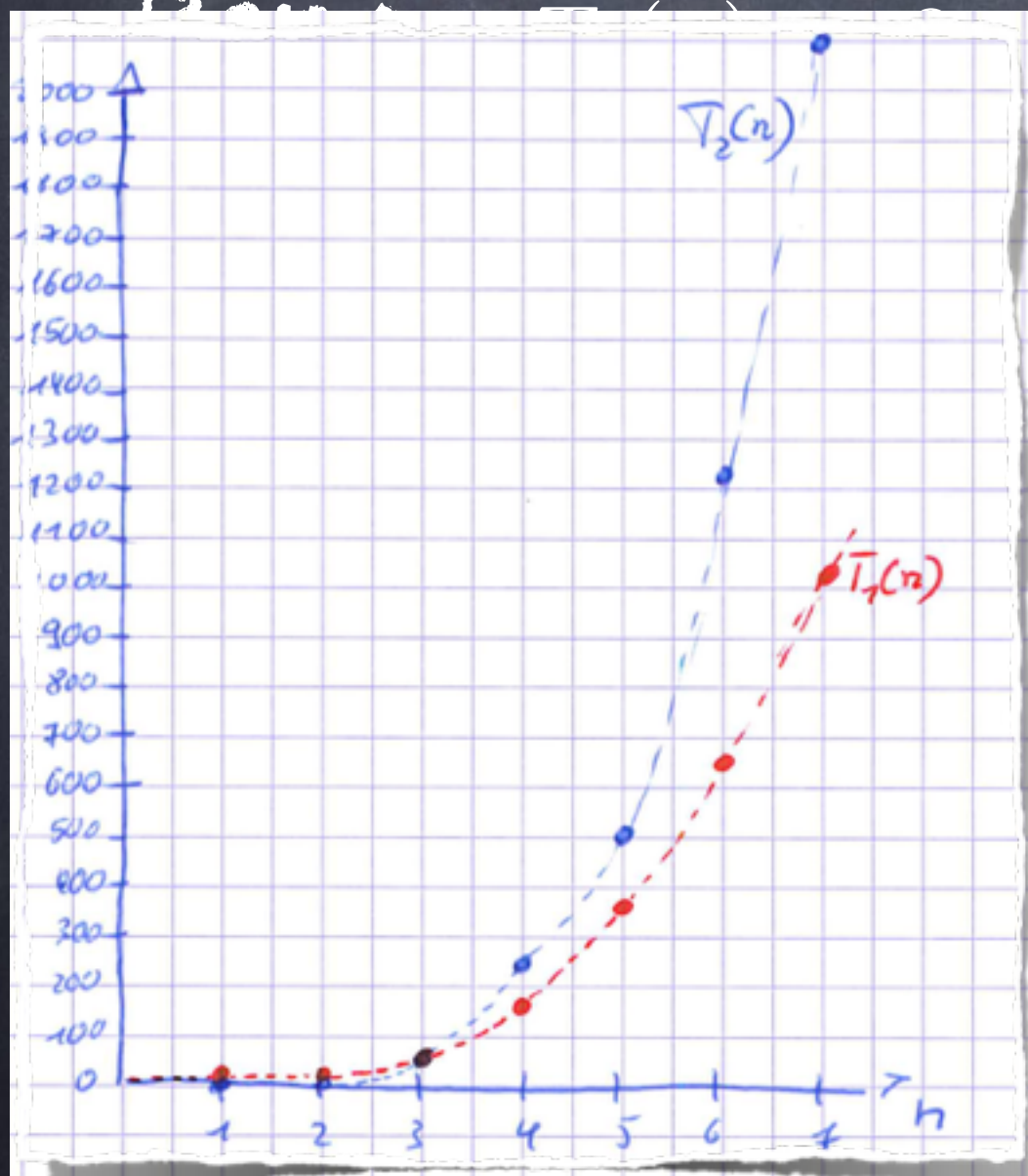


# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen



$$c = 1, n_0 = 4$$

$$n^3 + 5$$

$T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(1) := 1$$

$$T_1(1) = 8$$

$$T_2(2) := 16$$

$$T_1(2) = 29$$

$$T_2(3) := 81$$

$$T_1(3) = 86$$

$$T_2(4) := 256$$

$$T_1(4) = 197$$

$$T_2(5) := 526$$

$$T_1(5) = 380$$

$$T_2(6) := 1296$$

$$T_1(6) = 653$$

$$T_2(7) := 2401$$

$$T_1(7) = 1034$$

...

$$T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

...

aber

$$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := \sqrt{n} + 41$$

$$T_2(1) = 41$$

$$T_2(2) \approx 42$$

$$T_2(3) \approx 43$$

$$T_2(4) = 43$$

$$T_2(5) \approx 43$$

$$T_2(6) \approx 43$$

$$T_2(7) \approx 43$$

...

$$T_1(1) = 8$$

$$T_1(2) = 29$$

$$T_1(3) = 86$$

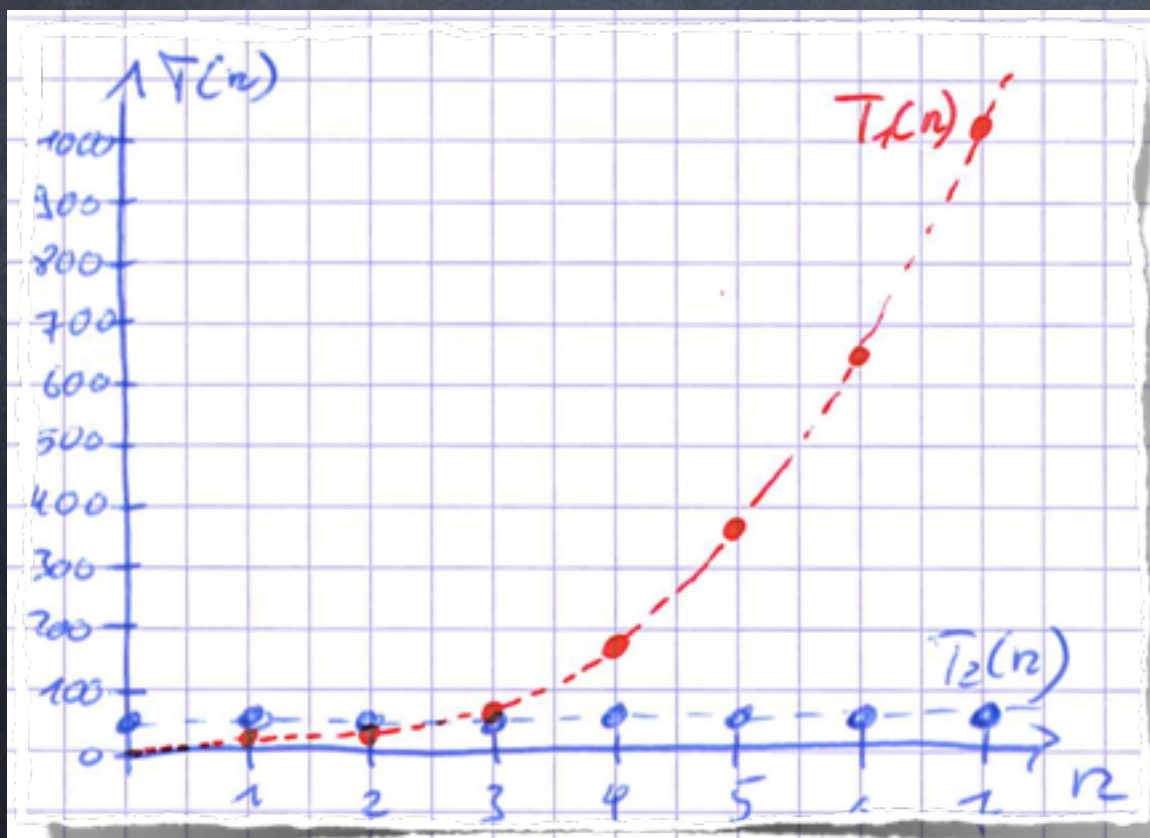
$$T_1(4) = 197$$

$$T_1(5) = 380$$

$$T_1(6) = 653$$

$$T_1(7) = 1034$$

...



$$c = 1, n_0 = 3$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 3.3 \cdot n^3 + 1$$

$$T_2(1) := 4.3 \quad T_1(1) = 8$$

$$T_2(2) := 27.4 \quad T_1(2) = 29$$

$$T_2(3) := 90.1 \quad T_1(3) = 86$$

$$T_2(4) := 212.2 \quad T_1(4) = 197$$

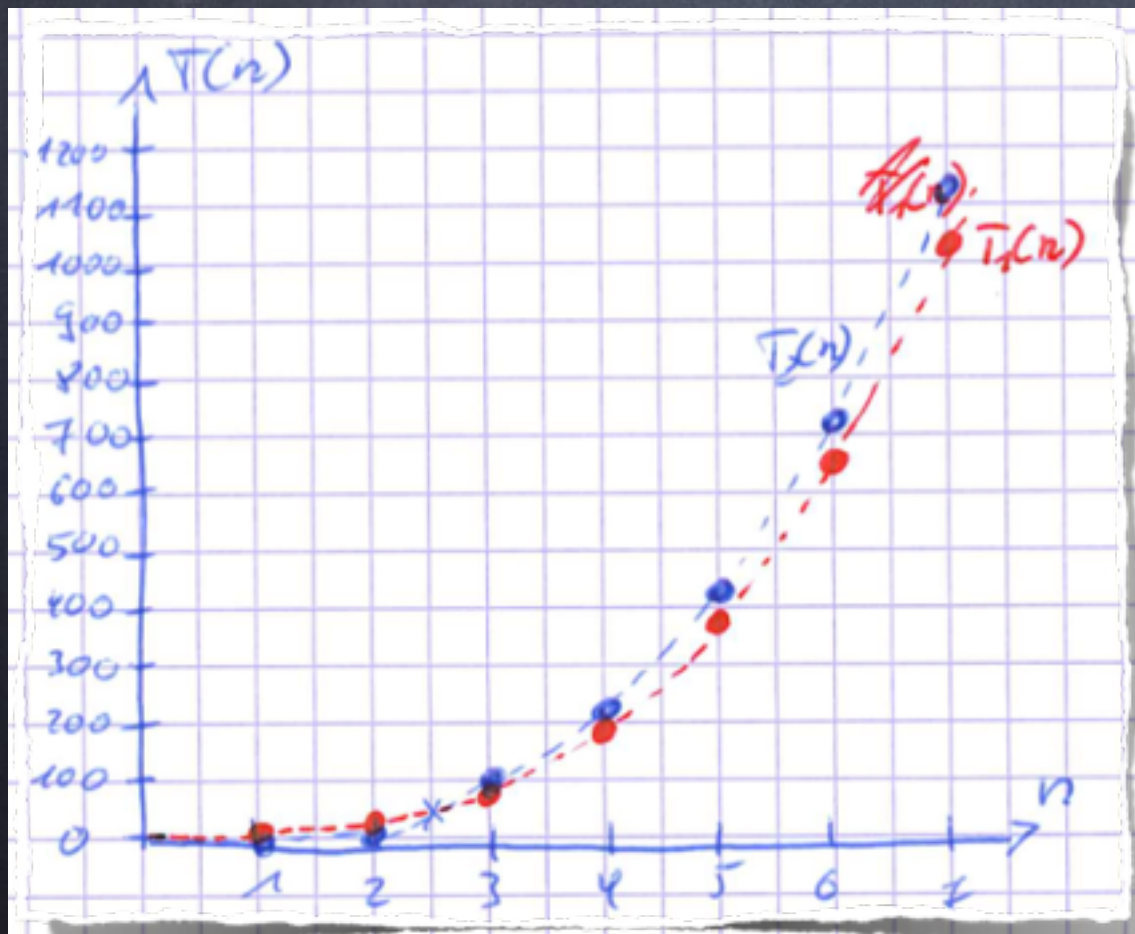
$$T_2(5) := 413.5 \quad T_1(5) = 380$$

$$T_2(6) := 713.8 \quad T_1(6) = 653$$

$$T_2(7) := 1132.9 \quad T_1(7) = 1034$$

...

...





# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 0.5 \cdot (3 \cdot n^3 + 1)$$

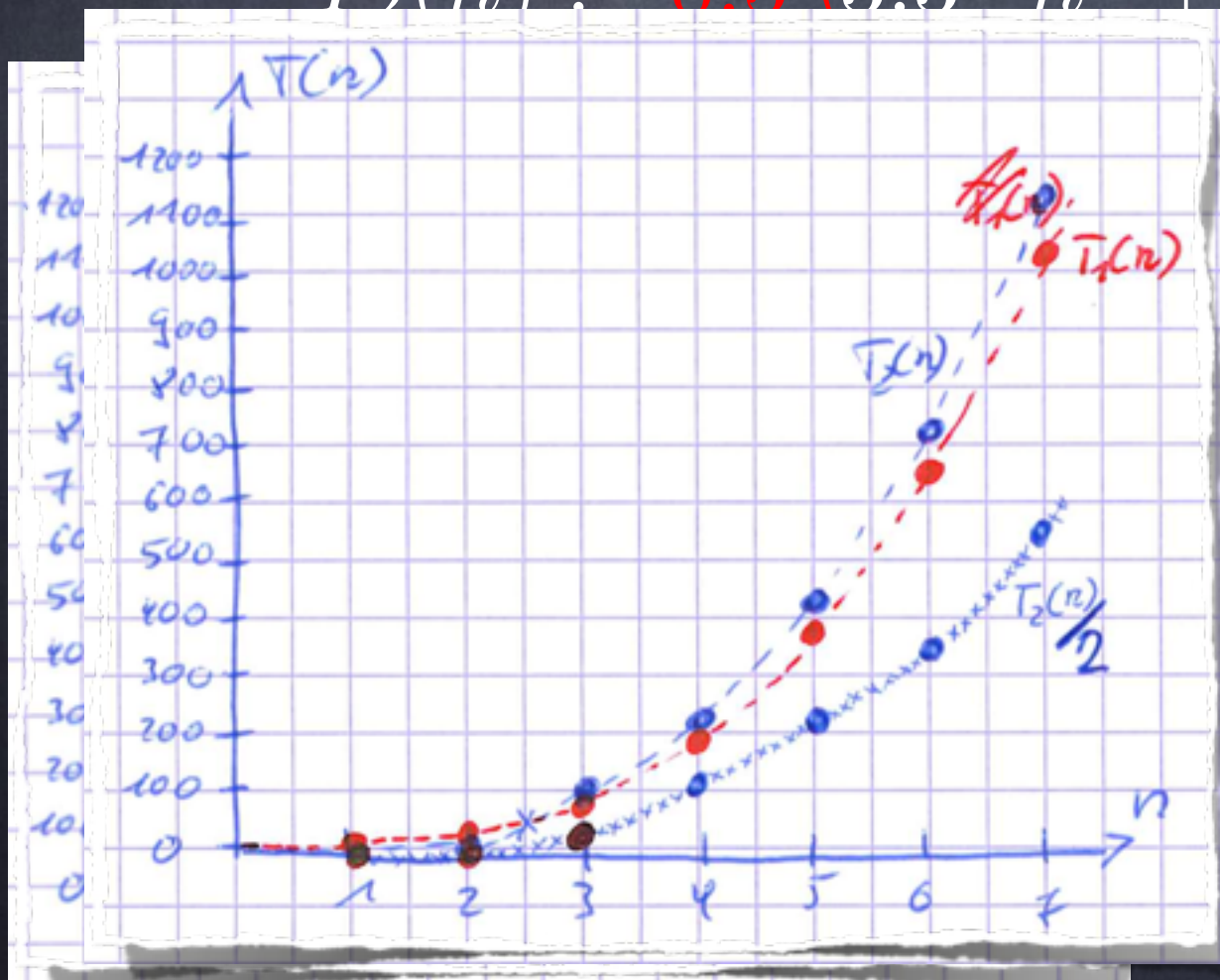
$T_2(1) :=$	2.15	$T_1(1) =$	8
$T_2(2) :=$	13.7	$T_1(2) =$	29
$T_2(3) :=$	45.05	$T_1(3) =$	86
$T_2(4) :=$	106.1	$T_1(4) =$	197
$T_2(5) :=$	206.75	$T_1(5) =$	380
$T_2(6) :=$	356.9	$T_1(6) =$	653
$T_2(7) :=$	566.45	$T_1(7) =$	1034

...

...

$$c = 2, n_0 = 1$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$





# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := 10 = 10n^0$$

$$T_2(n) := n^2 + 150$$

$$T_2(n) := n^4$$

$$T_2(n) := \sqrt{n} + 41 \\ = n^{0.5} + 41$$

$$T_2(n) := 3.3 \cdot n^3 + 1$$

$$T_2(n) := n(n^{1.5} + 10) \cdot n^{0.1} \\ = n^1 \cdot n^{1.5} \cdot n^{0.1} + n \cdot 10 \cdot n^{0.1} \\ = n^{2.6} + 10 \cdot n^{1.1}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

größter  
Exponent  
entscheidet



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

$$\begin{aligned} T_2(n) &:= n^{2.6} + 10 \cdot n^{1.1} \\ &\leq n^{2.6} + 10 \cdot n^{2.6} = 11 \cdot n^{2.6} \end{aligned}$$

$$T'_2(n) := 11 \cdot n^{2.6}$$

$$\Rightarrow T'_2(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) := 10n^{0.7} + 0.1n^{2.3} + 43n^{0.1} \Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) := 15 \cdot (n^{1.1} + n^{0.1}) \cdot n^{1.2} + \frac{n^{1.5}}{n^{0.3}}$$

$$= 15 \cdot n^{2.3} + 15 \cdot n^{1.3} + n^{1.2} \Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

↖ Menge von Funktionen

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

$$T_2(n) = n^{2.9} + 1001$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^{1.2} + 123$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^4$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^1 + n^{2.4}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = n^1 \cdot n^{2.4} = n^{3.4}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$T_2(n) = \frac{n^1 \cdot n^{2.4}}{n^{1.2}} = n^{2.2}$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$



# Laufzeitanalyse

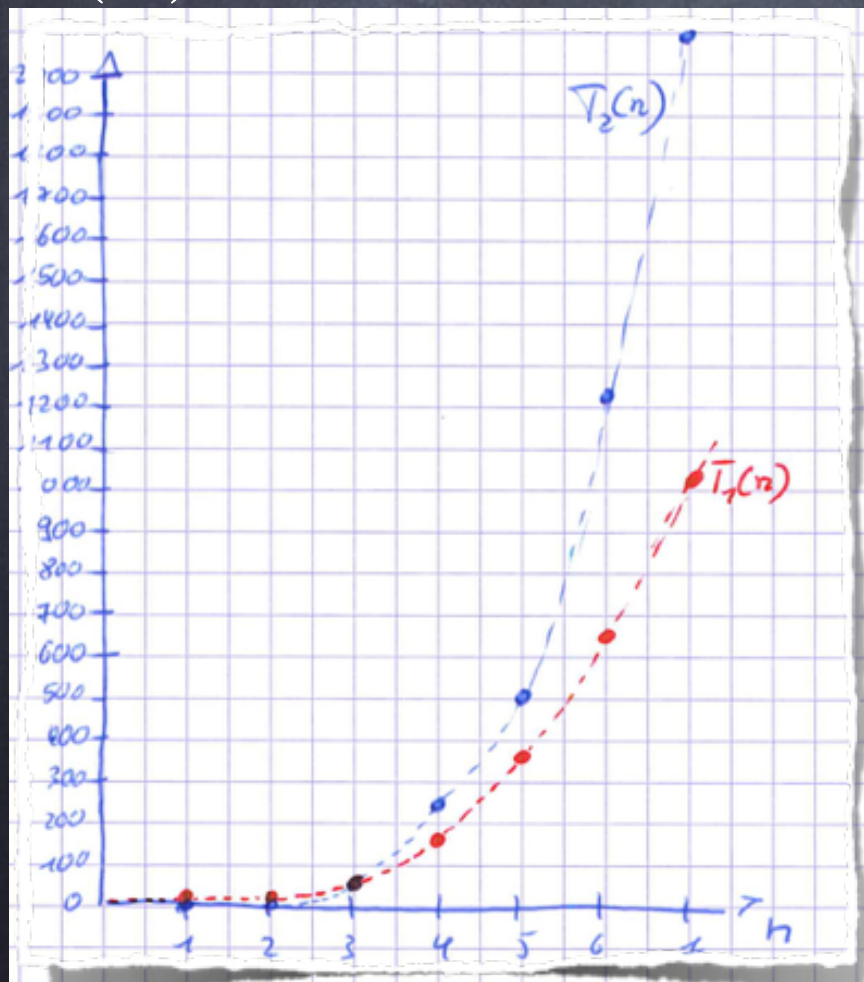
→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

$T_2(n) := n^4$  welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner" größer



$$c = 1, n_0 = 4$$

$T_2(1) := 1$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) := 16$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) := 81$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) := 256$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) := 625$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) := 1296$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) := 2401$	$T_1(7) = 1034$

...  $T_2(n) \notin \mathcal{O}(T_1(n))$  ...

aber

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

größer

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner"

$$T_2(n) := n^5/5$$

$$T_2(1) = 1/5$$

$$T_1(1) = 8$$

$$T_2(2) = 6.4$$

$$T_1(2) = 29$$

$$T_2(3) \approx 49$$

$$T_1(3) = 86$$

$$T_2(4) \approx 205$$

$$T_1(4) = 197$$

$$T_2(5) = 625$$

$$T_1(5) = 380$$

$$T_2(6) \approx 1555$$

$$T_1(6) = 653$$

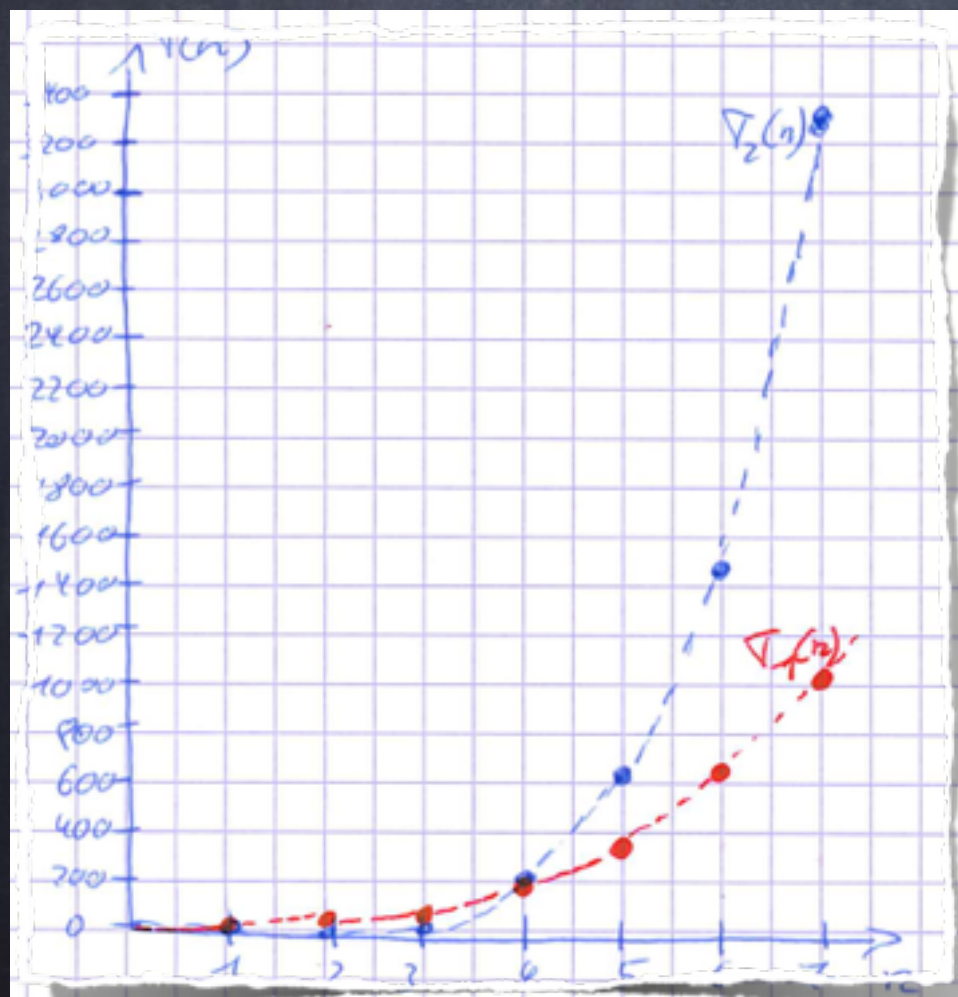
$$T_2(7) \approx 3361$$

$$T_1(7) = 1034$$

...

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$c = 1, n_0 = 4$$





# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind ~~"kleiner"~~ größer

$$T_2(n) := n^3 + 6$$

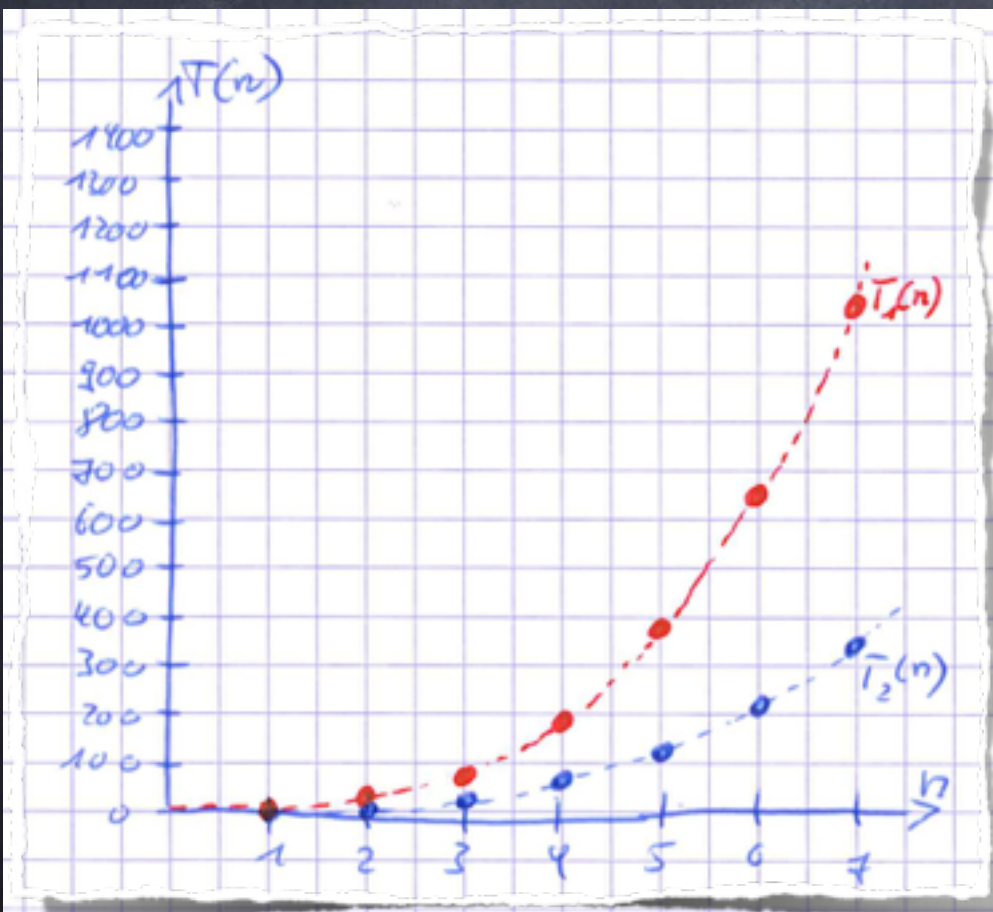
$T_2(1) = 7$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) = 14$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) = 33$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) = 70$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) = 131$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) = 222$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) = 349$	$T_1(7) = 1034$

...

...

$$T_2(n) \notin \Omega(T_1(n))$$

$$c = 1, n_0 = 1 \text{ aber } T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$





# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

welche  $T_2(n)$ s sind "kleiner" ~~größer~~

$$T_2(n) := 4 \cdot (n^3 + 6)$$

$T_2(1) = 28$	$T_1(1) = 8$
$T_2(2) = 64$	$T_1(2) = 29$
$T_2(3) = 132$	$T_1(3) = 86$
$T_2(4) = 280$	$T_1(4) = 197$
$T_2(5) = 524$	$T_1(5) = 380$
$T_2(6) = 888$	$T_1(6) = 653$
$T_2(7) = 1396$	$T_1(7) = 1034$

...

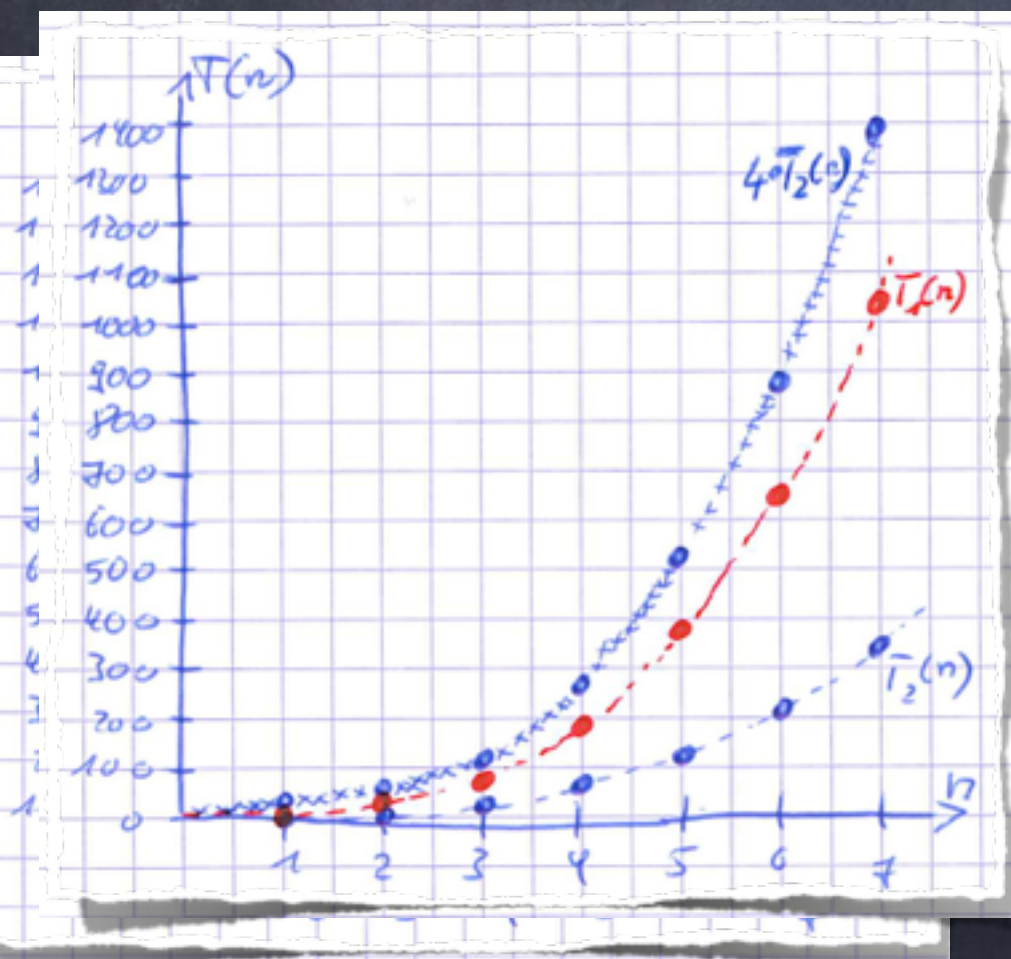
...

$$c = 1/4$$

$$n_0 = 1$$

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$





# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

$$T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \leq c \cdot T_1(n)$$

$$T_2(n) \in \Omega(T_1(n)) \Leftrightarrow \exists c, n_0 : \forall n \geq n_0 : T_2(n) \geq c \cdot T_1(n)$$

Bsp.:  $T_1(n) := 3 \cdot n^3 + 5$

$$T_2(n) := 10 = 10n^0$$

$$T_2(n) := n^2 + 150$$

$$T_2(n) := n^4$$

$$T_2(n) := n^5 / 5$$

$$T_2(n) := n^3 + 6$$

größter  
Exponent  
entscheidet

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$\Rightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

und  $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$

$$T_2(n) \in \Theta(T_1(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)), \Omega(T_1(n))$$

Regel (fast immer anwendbar)

Vergleich der jeweiligen Exponenten



# Laufzeitanalyse

→ allg. Vergleich von Funktionen

Regel (fast immer anwendbar)

Vergleich der jeweiligen größten Exponenten

Falls  $T_1(n)$  und  $T_2(n)$  als Polynome darstellbar

Polynom: Funktion  $P$  der Form

$$P(n) = a_0 \cdot n^0 + a_1 \cdot n^1 + \dots + a_k \cdot n^k$$

$$T_1(n) = 3 \cdot n^3 + 5$$

$$= 5 \cdot n^0 + 0 \cdot n^1 + 0 \cdot n^2 + 3 \cdot n^3$$

$$T_2(n) = n^5 / 5$$

$$= 0 \cdot n^0 + 0 \cdot n^1 + 0 \cdot n^2 + 0 \cdot n^3 + 0 \cdot n^4 + 1/5 \cdot n^5$$

Seien  $k_1, k_2$  die größten Exponenten von  $T_1, T_2$

$$k_2 \leq k_1 \Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$$

$$k_2 \geq k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$$

$$k_2 = k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$$



$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
$n^1$	$n^2$			
$n^2$	$n^2$			
$n^2 + n^4$	$n^1$			
3	$2 + 3n$			
$5(n + n^2)$	$1 + 2n^4$			
$2 + 3n$	$1 + 2n^4$			
$5(n + n^2)$	$n^2$			
$\sqrt{n}$	$n^1$			
$n^1$	$n^1$			
$3n + 4n^5 + n^3$	$n(n + 3 + n^3)$			
$7n^4 + n^3$	$7n^4 + n^3 + 3$			
$n^{12323234} + 1$	$n^{1000} + 1$			
$2n(n + n)n(n^3)$	$n^6$			
13	3934556786			
1	3934556786			
$n^4 + n^3n7$	$4 + 4 + 4 + n^5$			
$3n^3$	$1000000n^3$			
$\sqrt{nn}$	$\sqrt{n}$			

$T_2(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen

$\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen

$\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$   
 $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

$k_2 \leq k_1 \Leftrightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n)) \Leftrightarrow T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$   
 $k_2 \geq k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$   
 $k_2 = k_1 \Leftrightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n)) \Leftrightarrow T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$   

exp. gleich  $\Rightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$



$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
$n^1$	$n^2$	✓	✗	✗
$n^2$	$n^2$	✓	✓	✓
$n^2 + n^4$	$n^1$	✗	✓	✗
3	$2 + 3n$	✓	✗	✗
$5(n + n^2)$	$1 + 2n^4$	✓	✗	✗
$2 + 3n$	$1 + 2n^4$	✓	✗	✗
$5(n + n^2)$	$n^2$	✓	✓	✓
$\sqrt{n}$	$n^1$	✓	✗	✗
$n^1$	$n^1$	✓	✓	✓
$3n + 4n^5 + n^3$	$n(n + 3 + n^3)$	✗	✓	✗
$7n^4 + n^3$	$7n^4 + n^3 + 3$	✓	✓	✓
$n^{12323234} + 1$	$n^{1000} + 1$	✗	✓	✗
$2n(n + n)n(n^3)$	$n^6$	✓	✓	✓
13	3934556786	✓	✓	✓
1	3934556786	✓	✓	✓
$n^4 + n^3n7$	$4 + 4 + 4 + n^5$	✓	✗	✗
$3n^3$	$1000000n^3$	✓	✓	✓
$\sqrt{nn}$	$\sqrt{n}$	✗	✓	✗

$T_2(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen  
 $\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen  
 $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$   
 $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

exp. gleich  $\Rightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$



$T_1(n)$	$T_2(n)$	$T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$	$T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$
$n^1$	$n^2$	✓	✗	✗
$n^2$	$n^1$	✗	✗	✗
$5(n^2)$	$2(n^2)$	✗	✗	✗
$5(n^2)$	$n^2$	✓	✗	✗
$n^2$	$3n^2$	✓	✗	✗
$7n^2$	$n^2$	✓	✗	✗
$n^1$	$n^1$	✓	✓	✓

Ziel:  
Tabelle ausfüllen  
können ohne auf  
(\*), (\*\*) und (\*\*\*)  
zu gucken

$2n(n + n)n(n^3)$	$n^6$	✓
13	3934556786	✓
1	3934556786	✓
$n^4 + n^3n7$	$4 + 4 + 4 + n^5$	✓
$3n^3$	$1000000n^3$	✓
$\sqrt{nn}$	$\sqrt{n}$	✗



$T_2(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen (\*)  $\Rightarrow T_1(n) \in \mathcal{O}(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Omega(T_1(n))$

$T_1(n)$  hat größeren Exp. oder gleichen (\*\*)  $\Rightarrow T_2(n) \in \mathcal{O}(T_1(n))$   
 $T_1(n) \in \Omega(T_2(n))$

exp. gleich (\*\*\*)  $\Rightarrow T_1(n) \in \Theta(T_2(n))$   
 $T_2(n) \in \Theta(T_1(n))$