

Graph-Scan (Alg. 3.7)

Sucht Zusammenhangskomponenten vom Graphen ab, erzeugt dabei einen Spannb Baum. "Eigentlich" 2 Algorithmen:

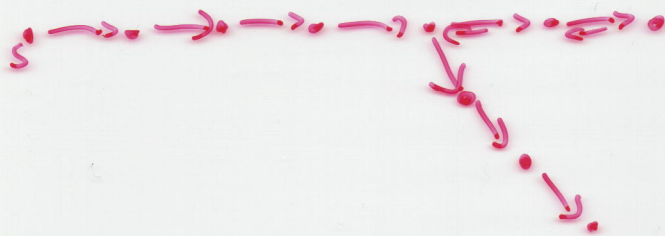
(1) Breiten such e (BFS) Breadth First Search

- 1.: Startknoten s
- 2.: Alle Nachbarn von s (Distanz 1)
- 3.: Alle mit Distanz 2
- ⋮

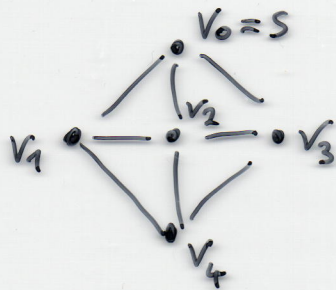


(2) Tiefensuche (DFS) Depth First Search

- Immer "möglichst weit" von s weg, zurück bei Sackgasse



Beispiel



BFS

R: v_0

$v_0 v_1$

$v_0 v_1 v_2$

$v_0 v_1 v_2 v_3$

$v_1 v_2 v_3$

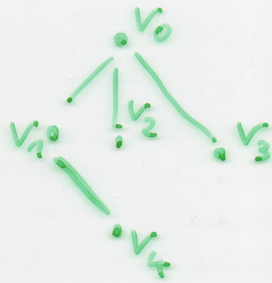
$v_1 v_2 v_3 v_4$

$v_2 v_3 v_4$

$v_3 v_4$

v_4

\emptyset



BFS: Typischerweise stark verästelt
(hohe Knotengrade), aber kurze Wege

DFS

R: v_0

$v_1 v_0$

$v_2 v_1 v_0$

$v_3 v_2 v_1 v_0$

$v_4 v_3 v_2 v_1 v_0$

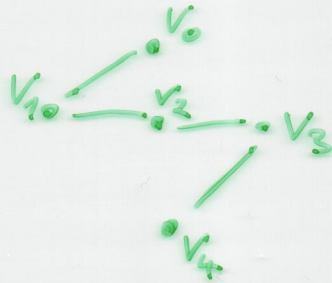
$v_3 v_2 v_1 v_0$

$v_2 v_1 v_0$

$v_1 v_0$

v_0

\emptyset

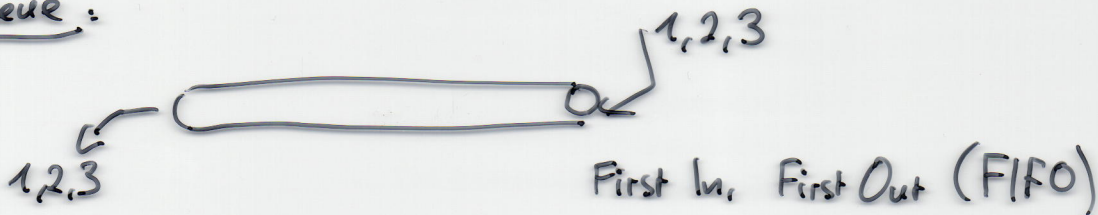


DFS: Oft geringe Knotengrade,
lange Wege

Abstrakte Datentypen (ADTs)

Idee: Spezifiziere, was eine Datenstruktur leisten muss, aber nicht, wie.

Queue:



Interface:

QUEUE e :

empty: \rightarrow QUEUE

isEmpty: QUEUE \rightarrow Bool

head: QUEUE $\rightarrow e$

dequeue: QUEUE \rightarrow QUEUE

enqueue: ~~MAP~~ $e \times$ QUEUE \rightarrow QUEUE

Axiome

q : QUEUE

x : e

~~MAP~~

(1) isEmpty(empty()) = True

(" enqueue(x, q) = False

(2) head(empty()) = ERROR

" enqueue(x, q) = ~~MAP~~ IF isEmpty(q) THEN x ELSE head(q)

(3) dequeue(empty()) = ERROR

" dequeue(x, q) = IF isEmpty(q) THEN q

ELSE enqueue($x, dequeue(q)$)

1. $q \leftarrow \text{empty}()$



2. $q \leftarrow \text{enqueue}(3, q)$



3. $q \leftarrow \text{enqueue}(4, q)$



4. $q \leftarrow \text{dequeue}(q)$

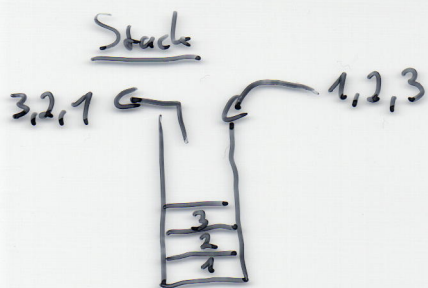


$\text{dequeue}(\text{enqueue}(4, \text{enqueue}(3, \text{empty})))$



(3) $\text{enqueue}(4, \text{dequeue}(\text{enqueue}(3, \text{empty})))$

(3) $\text{enqueue}(4, \text{empty}())$



Last In, First Out (LIFO)

Interface:

STACK e :

empty: \rightarrow STACK

} Init.

isEmpty: STACK \rightarrow Bool

} queries

top: STACK $\rightarrow e$

push: $e \times$ STACK \rightarrow STACK

} modify

pop: STACK \rightarrow STACK

Axiome:

s : STACK

x : e

(1) isEmpty(empty()) = True

 " (push(x,s)) = False

(2) pop(empty()) = ERROR

 pop(push(x,s)) = s

(3) top(empty()) = ERROR

 top(push(x,s)) = x

(4) push(top(s), pop(s)) = s . falls s nicht leer ist

1. $s \leftarrow \text{empty}()$

2. $s \leftarrow \text{push}('a', s)$



3. $s \leftarrow \text{push}('b', s)$



4. $s \leftarrow \text{pop}(s)$

$\text{pop}(\text{push}('b', \text{push}('a', \text{empty}())))) \stackrel{(*)}{=} \text{push}('a', \text{empty}())$

Algorithmus 3.7 (Graph-Scan)

Eingabe: Graph $G = (V, E)$, Knoten $s \in V$

QUEUE STACK

Ausgabe:

1. Knotenmenge $Y \subseteq V$, die von s aus erreichbar ist (die Zusammenhangskomponente von s)
2. Kantenmenge $T \subseteq E$, die die Erreichbarkeit sicherstellt (Spannbaum der Zusammenhangskomponente)

1: $R \leftarrow \{s\}$
2: $Y \leftarrow \{s\}$
3: $T \leftarrow \emptyset$

1: $R \leftarrow \text{empty}()$ | $R \leftarrow \text{push}(s, \text{empty}())$
 $R \leftarrow \text{enqueue}(s, R)$

4: **while** $R \neq \emptyset$ **do**

5: $v \leftarrow$ wähle Knoten aus R .

4: $T \text{ is empty}(R)$ | $T \text{ is Empty}(R)$

6: **if** es gibt kein $w \in V \setminus Y$ mit $\{v, w\} \in E$ **then**

7: $R \leftarrow R \setminus \{v\}$

5: $v \leftarrow \text{head}(R)$ | $v \leftarrow \text{top}(R)$

8: **else**

9: $w \leftarrow$ wähle $w \in V \setminus Y$ mit $e = \{v, w\} \in E$

7: $R \leftarrow \text{dequeue}(R)$ | $R \leftarrow \text{pop}(R)$

10: $R \leftarrow R \cup \{w\}$

11: $Y \leftarrow Y \cup \{w\}$

12: $T \leftarrow T \cup \{e\}$

13: **end if**

14: **end while**

10: $R \leftarrow \text{enqueue}(w, R)$ | $R \leftarrow \text{push}(w, R)$