Technische Universität Braunschweig
IBR - Abteilung Algorithmik
Prof. Dr. Sándor Fekete
Tom Kamphans
Nils Schweer

Sommersemester 2009

Klausur
Algorithmen und Datenstrukturen
30.07.2009

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

Studiengang: ....

Bachelor ☐ Master ☐ Diplom ☐ Andere ☐

Mit der Veröffentlichung des Klausurergebnisses nur mit der Matrikelnummer über die Mailingliste und auf der Homepage bin ich einverstanden.

....
Unterschrift

Hinweise:

- Bitte das Deckblatt ausfüllen. Die Heftung der Blätter darf nicht entfernt werden. Eigenes Papier ist nicht erlaubt. Die Rückseiten dieser Blätter dürfen beschrieben werden.
- Die Klausur besteht aus 12 Blättern.
- Hilfsmittel: keine.
- Die Klausur ist mit 50 von 100 Punkten bestanden.
- Alle Graphen in dieser Klausur sind einfache Graphen, d. h. sie haben keine Multikanten und keine parallelen Kanten; das gilt auch für die von Dir zu konstruierenden Graphen.
- Mit *Bleistift* oder *in rot* geschriebene Klausurteile können nicht gewertet werden.
- Die Bearbeitungszeit für die Klausur ist 120 Minuten.
- **Bearbeitete Aufgaben bitte unten ankreuzen.**

Punktzahlen für die Korrektur freilassen!

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Σ
Bearbeitet ($\times$)								
Punkte	**14**	**20**	**20**	**17**	**12**	**7**	**10**	**100**
Erzielte Punkte								

1.Aufgabe: **Graphen** **7+7 Punkte**

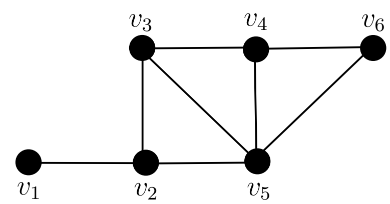

Abbildung 1: Der Graph H.

a) Wende Breitensuche auf den Graphen H aus Abbildung 1 an; starte dabei mit dem Knoten v_1. Falls zu einem Zeitpunkt mehrere Knoten für den nächsten Schritt in Frage kommen, wähle denjenigen mit dem kleinsten Index. Gib die Menge Q jedesmal an, wenn sie sich ändert, und zeichne den gefundenen Baum T.

b) Zeige, dass es in jedem einfachen Graphen zwei Knoten mit gleichem Grad gibt.

2.Aufgabe: **Binäre Suchbäume** **7+5+8 Punkte**

a) Füge nacheinander die folgenden Elemente in einen zu Beginn leeren binären Suchbaum ein. Gib den Baum nach jeder Einfügeoperation an:

$$10, 5, 2, 8, 12, 9, 7$$

b) Lösche die 5 aus dem konstruierten Baum.

c) Sei v ein Knoten mit zwei Kindern in einem binären Suchbaum B. Zeige, dass der Baum-Nachfolger von v in B maximal ein Kind hat.

3.Aufgabe: **Komplexität** **5+5+5+5 Punkte**

Seien $f, g, h : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$ drei Funktionen. Sei $f \in O(g)$ und $g \in \Theta(h)$.

a) Zeige oder widerlege: $f \in \Theta(h)$

b) Zeige oder widerlege: $f \in O(h)$

c) Zeige oder widerlege: $f \in \Omega(h)$

d) Zeige: $4n^7+8 \in O(n^8)$. Gib dazu explizit geeignete Konstanten c und n_0 aus der Definition an und zeige, dass sie die Definition erfüllen.

4.Aufgabe: Rekursionen **2+5+5+5 Punkte**

a) Wie lautet das Mastertheorem aus der Vorlesung?

b) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
$U(n) = 4 \cdot U(\frac{n}{2}) + 2n^2$.

c) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
$V(n) = V(\frac{n}{2}) + 2 \cdot V(\frac{n}{4}) + 5n^2 + 3n + 42$.

d) Bestimme mit Hilfe des Mastertheorems das asymptotische Wachstum der Rekursion
$T(n) = 32 \cdot T(\frac{n}{2}) + n^4$.

5.Aufgabe: Hashing **12 Punkte**

Wir betrachten ein leeres Array A der Größe 9, d.h. es gibt die Speicherzellen $A[0], A[1], \ldots, A[8]$; in diesem führen wir offenes Hashing mit linearem Sondieren mit der folgenden Sondierungsfunktion durch:

$$t(i, x) = (x + i^2) \bmod 9$$

Dabei ist x ein einzusetzender Schlüssel und i die Nummer des Versuches, x in eine unbesetzte Speicherzelle des Arrays zu schreiben (beginnend bei $i = 0$).
Berechne zu jedem der folgenden Schlüssel die Position, die er in A bekommt:

$$5, 14, 10, 23, 16$$

(Hinweis: Die Schlüssel sollen in der gegebenen Reihenfolge eingefügt werden und der Rechenweg sollte klar erkennbar sein.)

Trage die Elemente in folgendes Array ein:

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

6.Aufgabe: Sortieren — 7 Punkte

Sortiere die folgenden Zahlen mit dem in der Vorlesung vorgestellten Insertion Sort. Kennzeichne in jedem Schritt, welche Zahlen vertauscht werden.

$$7 \quad 1 \quad 8 \quad 2 \quad 5 \quad 3$$

7.Aufgabe: Kurzfragen — 2+2+2+2+2 Punkte

a) Ein vollständiger Graph mit n Knoten hat $\frac{n^2}{2}$ Kanten. ☐ wahr ☐ falsch

b) Insertion Sort hat im Worst Case die gleich Laufzeit wie Merge Sort (in asymptotischer Notation). ☐ wahr ☐ falsch

c) Ein AVL-Baum mit n Knoten hat immer eine Höhe $h \in \Theta(\log n)$. ☐ wahr ☐ falsch

d) Ein binärer Suchbaum mit n Knoten hat immer eine Höhe $h \in \Theta(n)$. ☐ wahr ☐ falsch

e) Seien s und t zwei Knoten in einem Graphen. Ein Eulerweg ist immer ein kürzester Weg zwischen s und t. ☐ wahr ☐ falsch

Viel Erfolg!!!