Aufgabe 11

a) $T(n) = \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{2i+1} 1$

$$= \sum_{i=2}^{n-1} (2i+1) = 2 \sum_{i=2}^{n-1} i + (n-1-2+1) \cdot 1$$

$$= 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-2} (i+1) + n-2$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (n-2)(n-1) + 2 \cdot (n-2) + n-2$$

$$= (n-2)(n-1) + 3(n-2)$$

$$= (n-2) \cdot (n+2)$$

$$= n^2 - 4$$

In <a> wird (n^2-4) mal ausgeführt.

b) $T(n) \in \Theta(n^2)$, da $c_1 \cdot n^2 \leq n^2 - 4 \leq c_2 \cdot n^2$

für z.B. $c_1 = \frac{1}{100}$ und $c_2 = 1000$ und $n \geq 500$

erfüllt ist.

Aufgabe 21

(i) wahr

(ii) wahr

(iii) wahr

(iv) falsch

(v) wahr

(vi) falsch

Exemplarisch für alle anderen Teilaufgaben, die Lösung zu (v):

Zu zeigen ist: $c_1 \cdot n^2 \leq n^2 + 2n + 5$ für mindestens ein $c_1 \in \mathbb{R}, c_1 > 0$ ab $n \geq n_0$

Es gilt: $n^2 + 2n + 5 \geq 1 \cdot n^2$

da $2n + 5 \geq 0$ (für alle $n \geq 1$)

also mit $c_1 = 1$ und $n_0 = 1$ folgt die Behauptung.