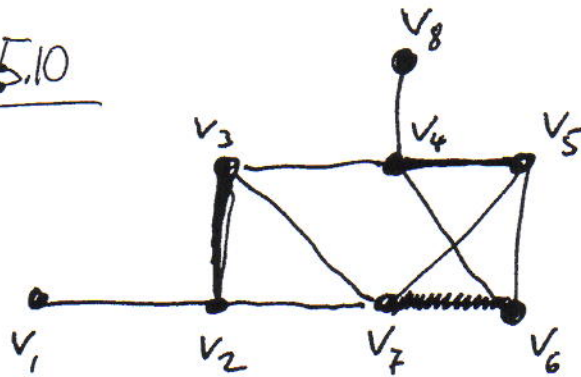


02.07.13

62

5.3 Allgemeine Graphen

Beispiel 5.10



(a) Gibt es ein besseres Matching?

(b) Gibt es einen alternierenden Pfad von v_1 nach v_8 ?

(c) Wie findet man ihn?

(a) Matche v_1 mit v_2
 v_8 mit v_4
 v_3 mit v_7
 v_5 mit v_6 .

(b) $v_1, v_2, v_3, v_7, v_6, v_5, v_4, v_8$

(c) Betrachte ~~symmetrische~~ ~~DIFF~~ Vereinigung der beiden Matchings!

Antwort (c) ist gemogelt und unbefriedigend! (6)

Genauer gefragt:

(A) Wann lässt sich ein Matching M in einem (nicht unbedingt bipartiten) Graphen G durch einen alternierenden Pfad verbessern?

(B) Wie lässt sich algorithmisch entscheiden, ob es einen alternierenden Pfad gibt?

Antwort auf (A):

Satz 5.11 (Berge 1957)

Sei G ein Graph, M ein Matching in G .

Dann ist M maximal \Leftrightarrow es gibt keinen M -augmentierenden Pfad.

Beweis:

\Rightarrow Sei P ein M -augmentierender Pfad. Dann ist die symmetrische Differenz $M \Delta E(P)$ ein Matching größerer Kardinalität.

" \Leftarrow " Sei umgekehrt M' ein Matching mit $|M'| > |M|$. Die symmetrische Differenz $M \Delta M'$ ist die knotendisjunkte Vereinigung alternierender Kreise und Pfade; mindestens einer der Pfade muss M -augmentierend sein.



Beispiel:

