Abteilung Algorithmik
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund **SoSe 12**
TU Braunschweig

Prof. Dr. Sándor P. Fekete
Dr. Christiane Schmidt

Netzwerkalgorithmen
Übung 0 vom 20.04.2012

Dieses Übungsblatt wird nicht abgegeben!
Besprechung der Aufgaben in den kleinen Übungen
am Donnerstag, 03.05.2012, und Freitag, 04.05.2012.

Aufgabe 1 (Kreise und Schnitte):
Wir betrachten einen gerichteten Graphen (Digraph) G. Einige Kanten von G sind schwarz gefärbt, einige rot und die anderen grün. Sei $e \in E(G)$ eine schwarze Kante. Wir suchen eines der folgenden Objekte:

(A) einem ungerichteter Kreis, der e enthält, nur aus roten und schwarzen Kanten besteht, so dass alle schwarzen Kanten im Kreis die gleiche Richtung ("vorwärts" oder "rückwärts") haben.

(B) einen ungerichteter Schnitt, der e enthält, nur aus grünen und schwarzen Kanten besteht, so dass alle schwarzen Kanten im Schnitt die gleiche Richtung haben ("herein" oder "heraus").

Die folgende Aussage soll bewiesen werden:
Sei G ein Digraph und $e \in E(G)$. Sei e schwarz gefärbt, alle anderen Kanten sind rot, schwarz oder grün gefärbt. Dann gibt es entweder ein Objekt (A) oder (B).
Dazu sei $e = (x, y)$. Wir markieren die Knoten von G in folgender Weise:

- Zunächst is y markiert.
- Falls v schon markiert ist, aber w nicht, dann markieren wir w, falls es
  - eine schwarze Kante (v, w)
  - eine rote Kante (v, w),
  - eine rote Kante (w, v) gibt.

  In diesem Fall schreiben wir $pred(w) = v$ (predecessor=Vorgänger).

Folgere aus dem, wie diese Prozedur endet, dass entweder ein Objekt (A) oder ein Objekt (B) existiert. (Insbesondere also auch nicht beides!)

Aufgabe 2 (Zusammenhang):
Zeige: Aus jedem zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$ kann man einen Knoten (samt den daranhängenden Kanten) entfernen, so dass der Graph zusammenhängend bleibt.
(Hinweis: Betrachte den Endknoten eines längsten Pfades in G.)

Aufgabe 3 (Zusammenhang und Schnitte):
Zeige:

(i) Ein ungerichteter Graph ist zusammenhängend $\Leftrightarrow \delta(X) \neq \emptyset \ \forall \ \emptyset \neq X \subsetneqq V(G)$.

(ii) Sei G ein gerichteter Graph und $r \in V(G)$. Dann gibt es einen r-v-Pfad für jeden Knoten $v \in V(G) \Leftrightarrow \delta^+(X) \neq \emptyset$ für jedes $X \subsetneqq V(G)$ mit $r \in X$.