26.06.12

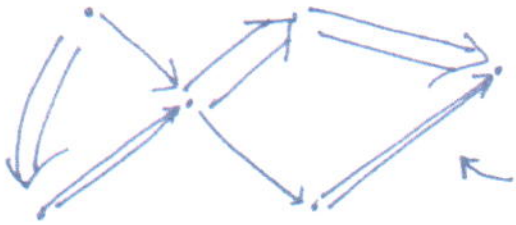
Kapitel 4: Netzwerkflüsse

Flüsse in Graphen – Beispiele: Wasser in Leitungssystemen
Verkehr in Straßensystemen
Passagiere in Transportsystemen
Geld in Wirtschaftssystemen
Güter " "

Historisch: ~~Kantorowitsch (1939)~~ Tolstoi (1930) Gütertransport in sowjetischem Eisenbahnsystem

Gemeinsames Prinzip:

(1)



← Zwei Kenngrößen pro Kante:
Möglicher Fluß
Tatsächlicher Fluß

(Später: Dritte Kenngröße – Kosten pro Flußeinheit)

(2) „Flußerhaltung" bedeutet Bilanzierung der Flüsse an jedem Knoten (→ Rechnungswesen ?!)

Kann überall oder an einigen Knoten gelten
(Letzteres lässt sich auf ersteres reduzieren, indem man Verluste und Gewinne bucht!)

PROBLEM „MAXIMALER FLUSS" („MAX FLOW")

Gegeben: Netzwerk (G, u, s, t)

Gesucht: s-t-Fluss von maximalem Wert.

Formulierung als ~~LP~~: Lineares Optimierungsproblem

$$\max F$$

mit
$$\sum_{e \in \delta^+(s)} f_e - \sum_{e \in \delta^-(s)} f_e = F$$

$$\sum_{e \in \delta^+(v)} f_e - \sum_{e \in \delta^-(v)} f_e = 0 \quad \text{für } v \in V(G) \setminus \{s,t\}$$

$$0 \leq f_e \leq u_e$$

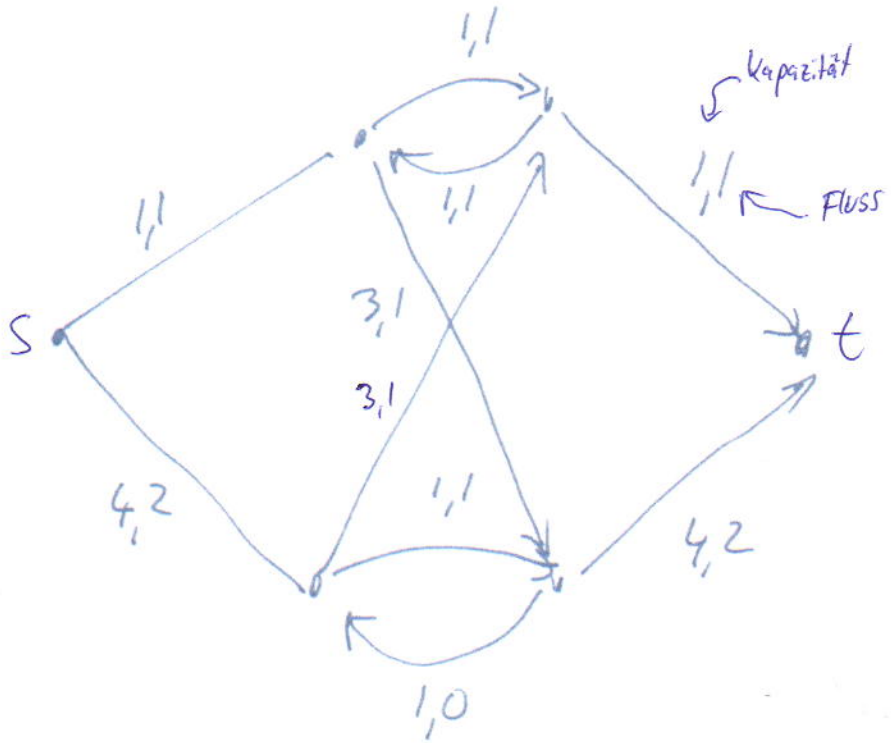
Lässt sich also mit Simplex o.ä. lösen.

Ziel hier: „Kombinatorische" Algorithmen, die intelligenter die Problemstruktur ausnutzen.

<u>Beobachtung 4.2</u> Es gibt immer eine optimale Lösung:

<u>Beweis</u>: (a) LP ist zulässig, da $f_e = 0$ für alle e zulässig ist.
(b) LP ist offensichtlich beschränkt.

Beispiel:



- Wie kann man diesen Fluss verbessern?
- Welche obere Schranke gibt es?
- Was ist das Optimum?
- Wie findet man das algorithmisch?