31.05.11

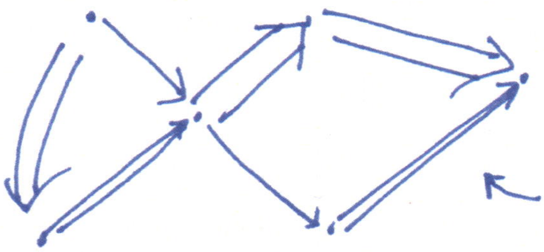
Kapitel 4: Netzwerkflüsse

Flüsse in Graphen – Beispiele: Wasser in Leitungssystemen
Verkehr in Straßensystemen
Passagiere in Transportsystemen
Geld in Wirtschaftssystemen
Güter " "

Historisch: Tolstoi (1930) Gütertransport in sowjetischem Eisenbahnsystem

Gemeinsames Prinzip:

(1)



Zwei Kenngrößen pro Kante:
Möglicher Fluß
Tatsächlicher Fluß

(Später: Dritte Kenngröße – Kosten pro Flußeinheit)

(2) „Flußerhaltung" bedeutet Bilanzierung der Flüsse an jedem Knoten (→ Rechnungswesen ?!)
Kann überall oder an einigen Knoten gelten
(Letzteres lässt sich auf ersteres reduzieren, indem man Verluste und Gewinne sucht!)

Definition 4.1

(1) Gegeben ein Digraph G mit Kapazitäten $u: E(G) \to \mathbb{R}_+$.
Ein Fluss ist eine Funktion

$$f: E(G) \to \mathbb{R}_+ \quad \text{mit}$$
$$f(e) \le u(e) \quad \text{für alle } e \in E(G).$$

(2) Flusserhaltung an einem Knoten v bedeutet, dass

$$\sum_{e \in \delta^-(v)} f(e) = \sum_{e \in \delta^+(v)} f(e) \quad \text{gilt.}$$

(3) Eine Zirkulation ist ein Fluss, für den überall Flusserhaltung gilt.

(4) Für ein Netzwerk (G, u, s, t) mit $s, t \in V(G)$ (ausgezeichnete Knoten in G) ist ein s-t-Fluß ein Fluss, der überall außer in s und t Flusserhaltung erfüllt. Man nennt

$$\text{Wert}(f) := \sum_{e \in \delta^+(s)} f(e) - \sum_{e \in \delta^-(s)} f(e)$$

$$\left(= \sum_{e \in \delta^-(t)} f(e) - \sum_{e \in \delta^+(t)} f(e) \right)$$