(1)

Netzwerkalgorithmen SS 11

Sándor Fekete
s.fekete@tu-bs.de

Raum IZ 262D

Sprechst. Mi 13^{15} – 14^{00}

Homepage VL: http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ss11/na/index.html

→ Mailingliste!

Technisch: – Anmeldung (Liste!)

Kleine Übungen!

Große Übung Mo 15–16:30 PK

– Übungspunkte

– Klausur

Kapitel 1 : Vorspann

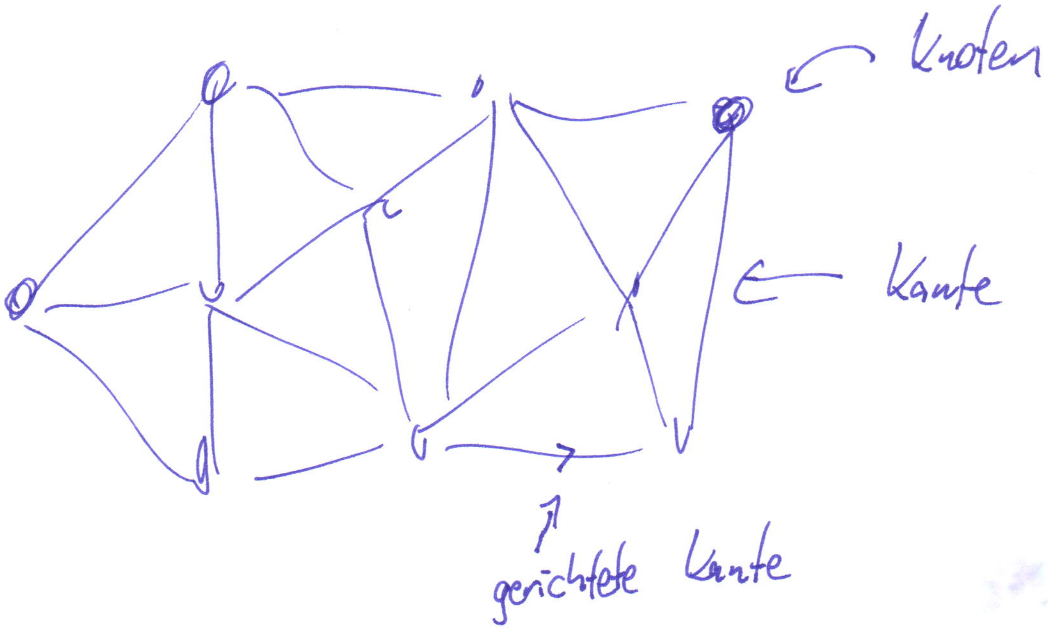
~~Inhalt:~~

1.1 Netzwerke / Graphen

Netzwerke:

- Kommunikation
- Infrastruktur (Strom, Wasser, Gas, ...)
- Transport (Straßen, Schiene, Luft)
- Soziale Netzwerke
- Andere abstrakte Beziehungen

~~Defini~~



Knoten: Schaltstellen, Kreuzungen, Umsteigepunkte, Personen, Objekte ...

Kanten: Verbindungen, Straßen, Verbindungen, Beziehungen, ...

Gerichtete Kanten:

Beziehung oder Verbindung ist nicht symmetrisch!

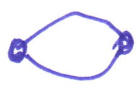
Definition 1.1 (Graph, Netzwerk)

(1) Ein Graph $G = (V, E)$ besteht aus:

- einer endlichen Menge V von Knoten v
- einer endlichen Menge $E \subseteq 2^V$ von Kanten e_i
  jede Kante verbindet zwei Knoten, d.h.
  $e = \{v, w\}$.

(Bemerkung: ~~Wir betracht~~ Wenn nichts anderes gesagt wird, setzen wir stillschweigend voraus, dass es keine Schleifen

oder Parallelkanten



gibt, d.h. wir betrachten einfache Graphen)

(2) Ein gerichteter Graph $D = (V, A)$ besteht aus

- einer endlichen Menge V von Knoten v
- einer endlichen Menge $A \subseteq V \times V$ von gerichteten Kanten; ~~jede~~ eine Kante

$e = (v, w)$ geht von v nach w;

v ist der „Schwanz" ("tail")
w ist der „Kopf" ("head")

(Bild: $v \bullet\!\!\longrightarrow\!\!\bullet\ w$)

I

Wir werden in dieser Vorlesung Strukturen, Fragestellungen und (algorithmische) Lösungsmethoden behandeln. Dabei geht es um Fragen wie

Existen[illegible]

Gegeben: Ein Graph (eventuell mit Zusatzinformation)

Gesucht: Eine bestimmte Struktur
- oder die Erkenntnis, dass so eine Struktur nicht existiert!

Allgemeines Beispiel:

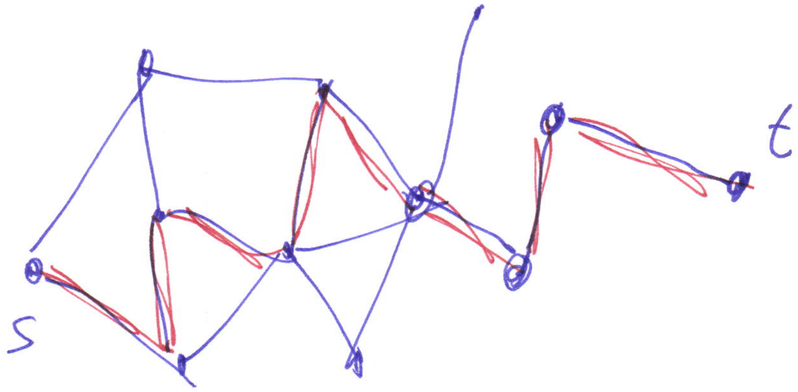
Gegeben: Ein Graph $G = (V, E)$, zwei besondere Knoten $s \in V$ („Start")
$t \in V$ („[illegible]")

Gesucht: Ein Weg von s nach t, der nur Kanten in G benutzt

~~Str~~ (Struktur! Noch nicht sauber definiert!)

Spezielles Beispiel:

Gegeben:



Gesucht:
Ein Weg von s nach t.

Also: Unterschied zwischen (a) allgemeiner Fragestellung
und (b) spezieller (konkreter) Frage

(a) nennen wir ein Problem
→ gesucht Lösungsmethode, d.h. Algorithmus

(b) nennen wir eine Probleminstanz
→ gesucht konkrete Lösung, falls existent

In vielen Situation interessiert uns nicht nur irgendeine Lösung, sondern wir suchen eine gute bzw. bestmögliche Lösung.

$\boxed{\text{Optimierungsproblem}}$

Gegeben: Ein Graph (eventuell mit Zusatzinformation), eine Bewertung von Strukturen

Gesucht: Eine bestimmte Struktur mit möglichst guter Bewertung
- oder die Erkenntnis, dass so eine Struktur nicht existiert!

Problem 1.2 (Kürzester Weg in ungewichteten Graphen)

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$, zwei besondere Knoten $s \in V$, $t \in V$.

Bewertung: Jede Kante kostet 1.

Gesucht: Ein Weg von s nach t, der möglichst wenige Kanten in E benutzt, oder die Erkenntnis, dass kein Weg von s nach t existiert.

Definition 1.3 (Gewichteter Graph)

Ein Graph $G=(V,E)$ heißt gewichtet, wenn zu jeder Kante $e \in E$ eine Kostenfunktion

$$c: E \to \mathbb{R}$$
$$e \mapsto c_e$$

existiert.

Dabei ist c_e das „Gewicht", die „Länge" oder die „Kosten" von e. Oft (aber nicht immer) ist c_e positiv.

Damit:

Problem 1.4 (Kürzeste Wege in gewichteten Graphen)

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$, zwei Knoten $s \in V$, $t \in V$, Kantengewichte c_e.

Gesucht: Ein Weg von s nach t, der Kanten in G möglichst geringen Gesamtgewichts benutzt.

Dies ist eines der … eser Vorlesung betrachteten Probleme!

Überblick:

Kapitel 2 : Kostengünstigst zusammenhängende Teilnetze
→ Minimale aufspannende Bäume

Kapitel 3 : Kürzeste Wege

Kapitel 4 : Netzwerkflüsse (~~Güter~~ Fluß über Kanten schicken)

Kapitel 5 : Matchings (Knotenpaarungen

Dabei betrachten wir

- Strukturen
- Eigenschaften
- Konstruktionsmethoden für Lösungen → Algorithmen
- Korrektheit von Algorithmen
- Laufzeit von Algorithmen